

मुलांचे ज्ञान व कौशल्य वाढविण्यासाठी

किमया गणितमैत्रीची

-: मूळ लेखक :-

जेन पोर्टमेन
जेरेमी रिचर्डसन

-: अनुवाद :-

डॉ. मधुकर देशपांडे

प्रस्तावना

हे पुस्तक कोणासाठी लिहिले आहे?

विकसनशील देशांतील माध्यमिक आणि उच्च माध्यमिक शालेय शिक्षकांसाठी हे पुस्तक लिहिले आहे. या पुस्तकाच्या साहाय्याने शिक्षक गणित विषय अधिक चांगल्या पद्धतीने शिकवू शकतील. विकसनशील देशांतील शिक्षकांना वापरण्यायोग्य शैक्षणिक सामग्रीचा अभाव. पाठ्यपुस्तकाची वाण आणि वेगवेगळ्या भाषांतून शिकण्या-शिकविण्यातल्या अडचणी, अशा विविध पातळींवर तोंड द्यावे लागते. यावर मात करता यावी हा या पुस्तकामागील मुख्य उद्देश आहे.

हे पुस्तक का लिहिले आहे?

जगभरातले गणिताचे शिक्षक विषय रोचक करण्यासाठी आणि मुलांनी चांगले यश मिळवावे यासाठी निरनिराळे मार्ग शोधतच असतात. उदाहरणार्थ,

- * सहज उपलब्ध असलेल्या साधनांचा योग्य वापर करण्याच्या पद्धतीचा ते विकास करतात.
- * गणिताची सांस्कृतिक संदर्भ आणि समाजातील घडामोडी यांच्याशी ते सांगड घालतात.
- * वर्गात गणित विषयक उपक्रम ते समाविष्ट करतात.
- * विद्यार्थ्यांचे स्थानिक भाषाविषयक ज्ञान गणिताच्या माध्यमातून ते वाढवतात.

जगभरच्या शिक्षकांनी तैयार केलेल्या सुलाखून वापरलेल्या अशा बऱ्याच संकल्पना या पुस्तकात एकत्र केल्या आहेत. यामध्ये व्हीएसओ या स्वयंसेवी संस्थेद्वारा आफ्रिका, आशिया, कॅरिबियन आणि पॅसिफिक महासागरातील बेटे अशा ठिकाणी शिकविणारे स्थानिक गणित शिक्षक यांचा समावेश आहे.

आमची अशी आशा आहे की या पुस्तकाचा उपयोग सर्व शिक्षकांना मुलांचे ज्ञान आणि कौशल्य वाढविण्यासाठी व्हावा.

या पुस्तकाची उद्दिष्टे कोणती?

- * गणित शिकविण्याच्या नव्या आणि यशस्वी पद्धती शोधणे.
- * गणित हा विषय विद्यार्थ्यांस मजेदार आणि अर्थपूर्ण वाटणे.
- * भाषा आणि सांस्कृतिक संदर्भ यांचा अनुभव विद्यार्थ्यांना जाणवणे या पुस्तकाचा उपयोग केल्याने गणित शिक्षणाची गुणवत्ता वाढावी आणि मुलांचा दर्जा सुधरावा हा महत्वाचा मुद्दा होय. हे पुस्तक शिक्षकांना खालील बाबतीत उपयुक्त ठरेल.

१. माझे विद्यार्थी गणिताच्या परीक्षेत छान यश मिळवतील. यासाठी मला काय करता येईल?



२. गणितातील काही संकल्पना मी दोऱ्या, झाकणे, काड्यापेट्या यांच्या साहाय्याने शिकवू शकते.

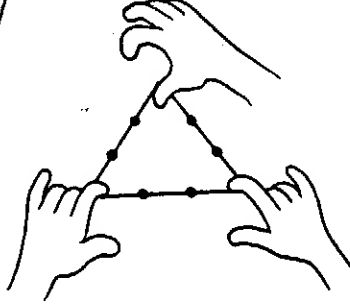
मी भूमितीचा हा भाग काही हाताने करून पहायच्या उपक्रमातून सुरू करू इच्छिते.



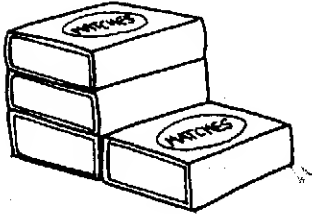
मी मुलांना हे समजावणे की प्राचीन इजिप्तमध्ये गणितातल्या अनेक संकल्पना प्रत्यक्ष वापरात होत्या.

गणित हा फक्त शालेय विषय नसून आपल्या रोजच्या जीवनाचा एक महत्वाचा भाग आहे हे मुलांना कळायला हवे.





काड्यापेट्या वापरून आकार बनविणे.



या पुस्तकातील मुख्य प्रतिपादने कोणती?

गणित शिकण्या-शिकवण्याच्या संदर्भात चार महत्वाचे मुद्दे उपस्थित होतात.

शिकविण्याच्या पद्धती

शिक्षक जर वेगवेगळ्या शिकवण्याच्या पद्धती वापरत असेल तर मुले अधिक चांगले शिकतात असा अनुभव आहे. या पुस्तकात अशा वेगवेगळ्या पद्धती वापरून विषय शिकविण्याची अनेक उदाहरणे वापरली आहेत.

शिकविण्याची संसाधने

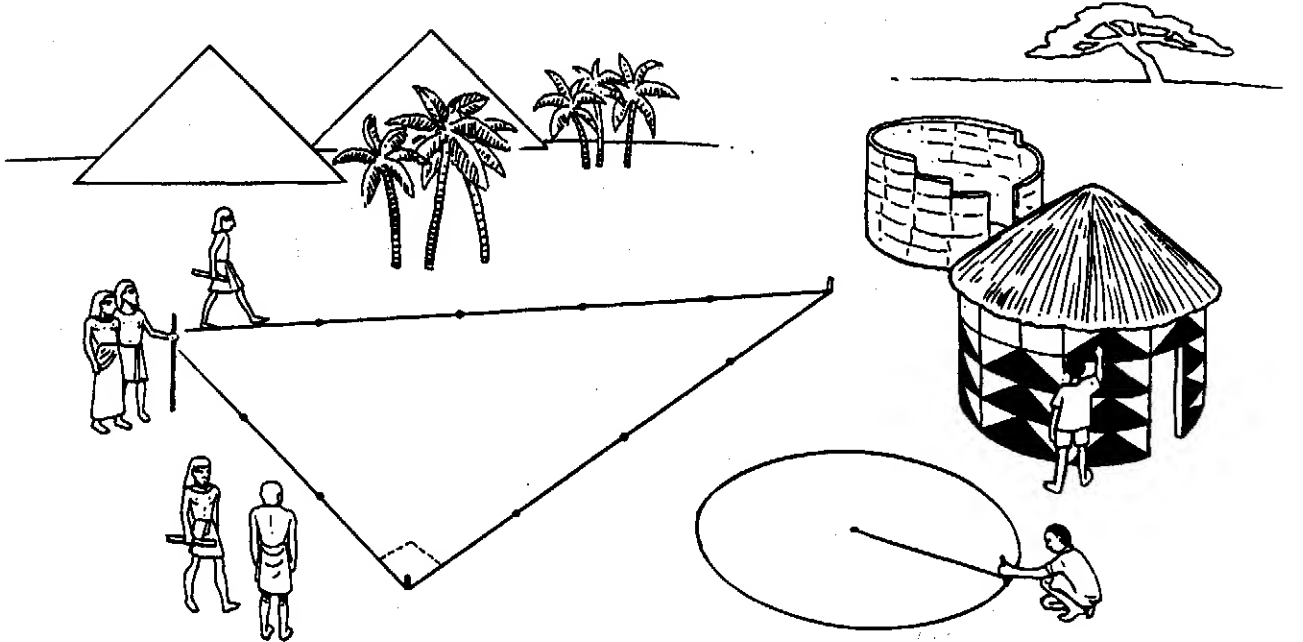
मुले जेव्हा काही करून पाहतात (जसे रचना, स्पर्श किंवा निरीक्षण करणे, वस्तूची हालचाल तपासणे, इ.) तेव्हा ते अधिक चांगल्या पातळीवर विषय शिकतात. बऱ्याच स्वस्त आणि सहजगत्या उपलब्ध वस्तू आजूबाजूला मिळतात. त्या विद्यार्थ्यांच्या शिक्षणात उपयुक्त ठरू शकतात. या पुस्तकात दोरा, काड्यापेट्या, बाटल्यांची झाकणे अशा वस्तूंचा वापर करून बऱ्याच गोष्टी शिकविण्याची उदाहरणे आहेत.

विद्यार्थ्यांचे भाषा माध्यम

गणिताच्या वर्गात गणिताइतकेच ज्या भाषेत गणित शिकविले जाईल त्या भाषेचेही महत्त्व आहे. मातृभाषेपेक्षा वेगळ्या भाषेत गणित शिकायचे असेल तर त्यात काही अनिवार्य अशा अडचणी येतात. या पुस्तकात काही असे उपक्रम सुचविले आहेत, ज्यातून मुले गणित समजण्यास आवश्यक ते भाषाज्ञान ही आत्मसात करू शकतील.

विद्यार्थ्यांची सांस्कृतिक बैठक

आपापल्या घरी-शेजारी मुले बरेच काही गणित शिकत असतात. फक्त हे वर्गात शिकलेल्या गणितापेक्षा वेगळे असते. या पुस्तकात या दोहोंची सांगड घालणारे काही उपक्रम दाखविले आहेत. ही उदाहरणे जगभरातून निवडली आहेत. अशी सांगड घालण्याने मुलांची गणित या विषयाची समज अधिक विकसित होऊ शकते.



या पुस्तकात शिकविण्याच्या संकल्पना आणि करून पाहण्याचे उपक्रम आम्ही कसे निवडले?

या पुस्तकात शंभराहून अधिक रचनात्मक उपक्रम आम्ही निवडले आहेत. ते वापरून आणि त्यानुसार आपली शिकविण्याची पद्धत बदलून शिक्षक विद्यार्थ्यांची विषयाची जाण वाढवू शकतात. शिकविण्याच्या विविध प्रणाली वापरल्या जाव्यात या दृष्टीने आम्ही या पुस्तकात कृती निवडल्या आहेत. गणितातल्या अनेक उपविषयांचा यात समावेश व्हावा असा विचार केलेला आहे. प्रत्येक कृती

* गणितातला कुठला विषय हाताळला आहे हे दाखविते

* विद्यार्थ्यांस करून पाहण्याच्या रीतीसंबंधी स्पष्ट आदेश देते.

* मौज वाटेल अशा पद्धतीने उपक्रमाची सुरुवात करते.

गणित म्हणजे काय?

गणित ही आपला या जगाविषयीचा अनुभव सुव्यवस्थितपणे संगठित करण्याची पद्धत आहे. गणितामुळे आपली जाण अधिक समृद्ध होते आणि आपणास आपला अनुभव नेमकेपणाने मांडता येतो. यातून आपल्याला आनंद मिळू शकतो. गणिताच्या साहाय्याने आपण आपले अनेक व्यावहारिक पातळीवरील प्रश्न सोडवू शकतो. जीवनाच्या बऱ्याच क्षेत्रांत आपणास गणिताचा उपयोग करता येतो.

आपण गणितात जशी सामान्यपणे बोलली जाणारी बोली भाषा वापरतो, तशीच गणिताची एक विशिष्ट भाषा ही वापरतो. या दोन्ही प्रकारे भाषेचा योग्य वापर करायला आपण विद्यार्थ्यांस शिकवायला हवे.

आपण गणित विषयाच्या अंतर्गत काही प्रश्न सोडवितो, तसेच गणिताचा एक साधन म्हणून उपयोग करून आपण विज्ञान किंवा भूगोल अशा वेगळ्या विषयांतले प्रश्नही सोडवू शकतो. गणिताच्या साहाय्याने काही गोष्टींचे आपण वर्णन करू शकतो, स्पष्टीकरणे देऊ शकतो आणि काय घडू शकेल याची पूर्वकल्पनाही देऊ शकतो. यातच गणिताचे महत्त्व दडलेले आहे.

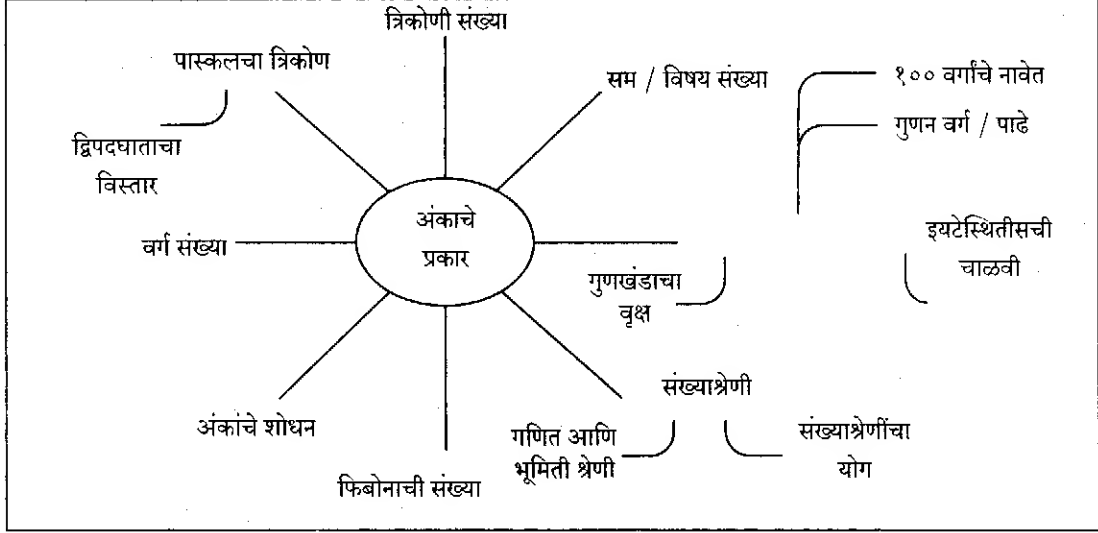
गणित शिकणे आणि शिकवणे.

गणित शिकताना काही कुशलता प्राप्त करणे आणि काही प्राथमिक तथ्ये पाठ असणे आवश्यक आहे. पण हे फक्त विशिष्ट साध्य प्राप्त करण्यापुरते झाले. तथ्ये किंवा कौशल्ये ही फार महत्त्वाची नाहीत. एखादा प्रश्न सोडविण्यापुरते त्यांना महत्त्व असते. व्यावहारिक जीवनातले प्रश्न सोडविताना विद्यार्थ्यांना तथ्ये किंवा कौशल्ये वारंवार वापरावी लागली म्हणजे ती आपोआप त्यांच्या लक्षात राहतात.

गणिताचा प्रत्यक्ष जीवनातले प्रश्न सोडविताना उपयोग करणे तर महत्त्वाचेच पण मुलांना गणितातील भिन्नभिन्न उपविषय आणि त्यांचे एकमेकांशी असलेले नाते हेही समजायला हवे.

गणित पायरी पायरीने सोडवून शिकविता येते; पण वेगवेगळे भाग कसे एकत्र जुळविता येतात हे मुलांना समजणे विशेष महत्त्वाचे आहे. पुढील आकृतीत हे दाखविले आहे.

मुलांना हेही ध्यानात यायला हवे की गणित हा जगभर अभ्यासला जाणारा विषय आहे.



प्रत्येक देशात वेगवेगळी विषयसूची आणि अभ्यासक्रम वापरात असेल; पण काही मूलभूत उपविषय मात्र सर्वत्र शिकविले जात असतात. उदाहरणार्थ,

- * संख्याप्रणाली आणि स्थानमूल्य
- * अंकगणित
- * बीजगणित
- * भूमिती
- * संख्याशास्त्र
- * त्रिकोणमिती
- * संभाव्यताशास्त्र
- * आलेख
- * मापनशास्त्र

आपण वेगवेगळ्या देशांत या संकल्पना कसकशा विकसित झाल्या हे मुलांना दाखवू शकतो.

हे पुस्तक कसे वापरावे?

हे पुस्तक काही फक्त शिकविण्याच्या संकल्पना आणि प्रक्रिया यांचे एक संकलन एवढेच नाही. शिकण्या-शिकविण्याची एक विशिष्ट प्रणाली या पुस्तकात विशद केली आहे.

शिकविण्याचे पद्धतशीर नियोजन करणे आणि त्यासाठी या पुस्तकाचा साधन म्हणून उपयोग करणे हे येथे अपेक्षित आहे. अर्थात हे पुस्तक अनेकांपैकी एक साधन झाले, अशी अधिक साधने वापरून शिक्षक मुलांचा शैक्षणिक स्तर वाढवितील अशी आमची अपेक्षा आहे.

प्रस्तुत पुस्तकाचा तीन पद्धतींनी उपयोग करणे शक्य आहे.

विशिष्ट पाठ निवडणे

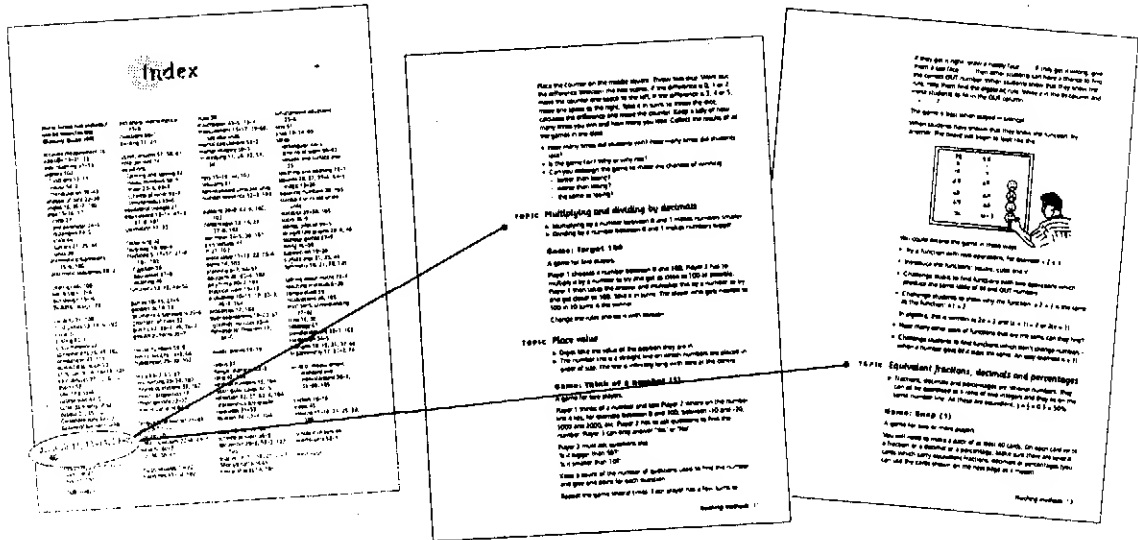
आपल्या अभ्यासक्रमाचा विचार करून कुठले प्रकरण किंवा पाठ शिकवायचा हे आधी ठरवा. ते प्रकरण या पुस्तकाच्या शेवटी दिलेल्या सूचीवरून या पुस्तकात कुठे आहे ते शोधा. त्या प्रकरणातील कोणते उपक्रम तुमच्या विद्यार्थ्यांना उपयुक्त असतील ते ठरवा. वर्गात हे उपक्रम वापरण्याआधी तुम्ही स्वतः ते करून पहा.

यासाठी एखाद्या सहकाऱ्याबरोबर या विषयाची चर्चा करायला हरकत नाही. क्वचित प्रसंगी विद्यार्थ्यांच्या छोट्या गटावर हा उपक्रम वापरून तो कसा स्वीकारला जातो ते तपासून पहा. नंतर हा उपक्रम आवश्यकतेप्रमाणे कशा प्रकारे बदलावा याचा विचार करा. यात तुमच्या विद्यार्थ्यांचे वय, क्षमता इत्यादि गोष्टींचा विचार अपेक्षित आहे.

आपले शिकविण्याचे कौशल्य वाढविणे

वर्गात शिकवताना एखादी नवी पद्धत किंवा उपक्रम वापरणे हा आपले शैक्षणिक कौशल्य वाढविण्याचा एक मार्ग होय. असे करताना त्याचा विद्यार्थ्यांना कितपत फायदा होतो याकडे लक्ष असले पाहिजेत. अशा प्रकारे नवनव्या पद्धती आणि कृती वापरून आणि त्या मुलांना कितपत भावतात यावर सतत लक्ष ठेवूनच शिक्षकास उत्तम पद्धती ठरविता आणि आत्मसात करता येतात.

गणित विषय शिकविण्याच्या भाषा, संस्कृती, प्रणाली, संसाधने, नियोजन अशा एखाद्या पैलूवर लक्ष केंद्रित करा. त्यासाठी आवश्यक अशा पुस्तकातल्या प्रकरणाकडे वळा.



सहशिक्षकाबरोबर काम करणे

या पुस्तकातील प्रत्येकच प्रकरण सहकाऱ्यांबरोबर कार्यशाळेसाठी वापरता येईल. अशा कार्यशाळेत वापरण्यासाठी खालील गोष्टींचा विचार होऊ शकतो.

- * निरनिराळ्या शिकविण्याच्या प्रणाली विकसित करणे.
- * संसाधने आणि शिकविण्यासाठी सामग्री यांचा विचार करणे.
- * वर्गात वापरण्यायोग्य सांस्कृतिक पैलूंचा अभ्यास करणे.
- * वर्गात वापरण्याच्या भाषेचे महत्त्व विचारात घेणे.
- * कार्याची दिशा ठरविणे.

कार्यशाळेत शिक्षक पुस्तकातील प्रक्रियांवर चर्चा करतील तसेच पुस्तकात ज्यांवर टिपा दिल्या आहेत त्यावर विचारविमर्श करतील. यशस्वी होतील अशा काही प्रक्रियांची यादी करता येईल आणि या यादीत तुम्ही स्वतंत्रपणे किंवा सहकाऱ्यांबरोबर तयार केलेल्या प्रक्रियांचा समावेश करता येईल.

प्रकरण पहिले
.....

शिकविण्याच्या पद्धती

एखादा पाठ किंवा प्रकरण वर्गात सुरू करण्याच्या वेगवेगळ्या पद्धतींची या प्रकरणात चर्चा केलेली आहे. बाल आणि किशोरवयीन मुले निरनिराळ्या प्रकाराने नव्या गोष्टी शिकतात. शिक्षकांसमोर बसून आणि शिक्षक सांगेल ते ऐकूनच ते उत्तमप्रकारे शिकतील असे नाही. खालीलपैकी एका किंवा आणखीही इतर पद्धतीने ते शिकतील :

- काही कौशल्ये अभ्यासपूर्वक स्वतः आत्मसात करून
- एकमेकांत गणिताची चर्चा करून
- गणित विषयक खेळ खेळून
- कोडी सोडविण्याचा प्रयत्न करून
- काही प्रात्यक्षिके करून किंवा पाहून
- प्रश्न सोडवून
- स्वतःच विचार करून आणि वस्तूंच्या गुणधर्मांचा शोध लावून.

वर्गात मुलांना अशा निरनिराळ्याप्रकारे विषय शिकण्याची संधी मिळायला हवी. असे वेगवेगळे प्रकार वापरून शिकण्या-शिकविण्याचे फायदे-

- शिकण्यासाठी मुलांना प्रेरणा मिळेल.
- त्यांच्यातील शिकण्याची कला वाढीस लागेल.
- विषय शिकण्यात विविधतेचा अनुभव मिळेल.
- चटकन विषय आत्मसात करण्याची सवय लागेल.

आपण येथे शिक्षणातील खालील पद्धतींचा विचार करणार आहोत.

- शिक्षकाकडून विषयाची मांडणी आणि स्पष्टीकरण
- विषयाची हाताळणी आणि दृढीकरण
- खेळ
- प्रायोगिक कार्य
- प्रश्न आणि कोडी
- गणित विषयक शोधन

शिक्षकाकडून विषयाची मांडणी आणि स्पष्टीकरण

शिकविण्याच्या पारंपरिक पद्धतीत शिक्षक एक धडा संबंध वर्गासमोर मांडतो आणि त्याचे सुलभप्रकारे स्पष्टीकरण देतो. हे तसे बरेच कठीण आहे. कारण आपण मांडतो ते सर्वांना कळतेय याची शिक्षकाने सतत काळजी घ्यायची असते. ही पद्धत महत्त्वाची आणि परिणामकारक आहे. या पद्धतीचा वापर करून खालील गोष्टी साधता येतात :

- संख्येने बऱ्याच मोठ्या वर्गासमोर विषयाची मांडणी.
- शिकवताना एका महत्त्वाच्या मुद्यावर सर्वांचे लक्ष वेधून ठेवणे आणि त्याची समज निर्माण करणे.
- शिकविलेला एकूण पाठ सार रूपाने सर्वासमोर मांडणे.

धडा सुरू करण्यापूर्वी वर्ण्य विषयाचे नियोजन

- धडा शिकविण्यापूर्वी वर्ण्य संकल्पनांचे संपूर्ण नियोजन तयार हवे. ज्या भागाबद्दल खात्री नाही ते पुन्हा तपासून पहा. कितपत विषय धड्यात सामावता येईल ते ठरवा.

- महत्वाचे मुद्दे आणि त्यांची तर्कानुसारी क्रमिकता ठरवा. कुठला मुद्दा पहिल्याने घ्यायचा, कुठला त्यानंतर घ्यायचा, इत्यादी ठरवा.
- प्रत्येक प्रमुख मुद्दा स्पष्ट करताना पुरेशी उदाहरणे तयार ठेवा.
- तक्ता, स्लाइड्स अशा दृक माध्यमांचा उपयोग शक्य असेल तर ते आधी नीट योजून ठेवा.
- आपल्या टिपणांचा क्रम नीटपणे लावा. या टिपा एक कार्डावर एक अशा लिहून क्रमाने लावून ठेवण्याच्या पद्धतीचा चांगला उपयोग होऊ शकतो.

वेळेचे नियोजन आणि व्यवस्थापन

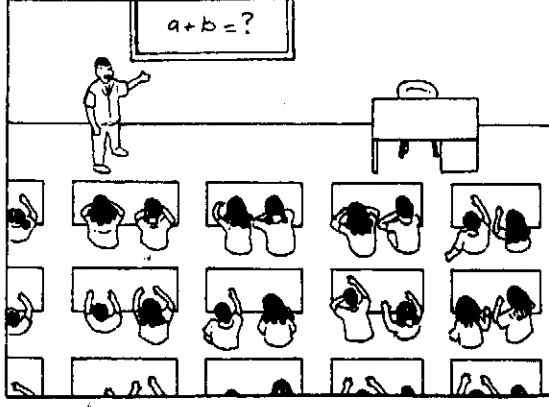
- प्रत्येक धडा कोणत्या गतीने शिकवायचा हे व्यवस्थित ठरवायला हवे. त्यातल्या गणिती संकल्पना समजावून सांगण्यासाठी किती वेळ वापरायचा हे नीट ठरवा. प्रश्नोत्तरांसाठी किती वेळ हेही ठरवा. त्यानंतर सवय व्हावी यासाठी उदाहरणे, कोडी, खेळ अशा मनोरंजनात्मक गोष्टींसाठी वेळ ठेवा.
- तुमच्या हे ध्यानात येईल की चांगल्या नियोजनानंतर विषय मांडणीसाठी फार वेळ द्यावा लागत नाही. याचा फायदा असा की मुलांना स्वतः गणिते सोडविण्याची सवय लागेल आणि ते तुमच्यावर कमी अवलंबून रहायला शिकतील. लांब आणि कंटाळवाणी भाषणे टाळता येतील.

खालील प्रत्येक बाबीसाठी वेळेचे योग्य नियोजन करायला हवे.

- नव्या संकल्पना मांडण्यासाठी
- मुलांना दिलेली उदाहरणे त्यांनी स्वतः पूर्णपणे सोडविण्यासाठी
- मुलांनी विचारलेल्या प्रश्नांसाठी
- समजावून दिलेले नीट कळण्यासाठी
- गृहपाठ दिलेले असल्यास त्याबद्दल बोलण्यासाठी
- काही प्रायोगिक साहित्य वापरले असेल तर ते परत जागच्या जागी लावून ठेवण्यासाठी
- निरनिराळ्या उपक्रमांपुरते मुलांचे गट पाडण्यासाठी आणि नंतर आपापल्या जागी परत जाण्यासाठी

वर्गाची सुव्यवस्थित मांडणी

- वर्गाची मांडणी अशी असावी की मुलांना शिक्षक बोलत असेल तेव्हा बसल्या जागेवरून दिसायला हवा.
 - फळा पुसून स्वच्छ केलेला हवा. काही टिपणे फळ्यावर लिहायची असतील तर वर्ग सुरू होण्यापूर्वी ते काम करावे. म्हणजे वेळ वाया जाणार नाही.
 - शिक्षकासमोरचे टेबल हा त्याच्या आणि विद्यार्थ्यांच्या मध्ये अडसर न होईल याची काळजी घ्यावी. तसेच टेबलामुळे शिक्षकाच्या हालचालीवर बंधन येता कामा नये.
 - मुलांच्या खुर्च्यांची मांडणी उपक्रमावर अवलंबून असावी. उदाहरणार्थ - जर शिक्षक बोलणार असेल तर मुलांचे चेहेरे त्याच्याकडे वळलेले असावेत
- गटनिहाय काम चालणार असेल तर एका किंवा अधिक वर्तुळात मुलांना एकमेकांकडे पाहता येईल अशी बाक अगर खुर्च्यांची मांडणी असावी.
- साधारणपणे मुलांना सवय जडेल असेच नियोजन ठेवावे व ते कटाक्षाने पाळावे. म्हणजे आपण कसे व कुठे बसावे वगैरे मुलांना आपोआप समजेल. उदाहरणार्थ, वर्गाची सुरुवात नेहमी आदल्या दिवशीच्या गृहपाठाविषयी बोलून करणे.
 - वर्गात प्रसन्न वातावरण रहावे याकडे लक्ष असू द्या. उदाहरणार्थ, मुलांचे काम सर्वांना दिसेल असे मांडा. शिकविण्याची संसाधनेही तशीच मांडा. 'आजचे कोडे' एका ठरलेल्या कोपऱ्यात फळ्यावर लिहून ठेवा.



प्रगटीकरण

- तुमचा आवाज स्पष्ट आणि सर्वांपर्यंत पोहोचेल एवढा मोठा असायला हवा.
- आवाजात आवश्यक फेरबदल करून मुलांचे लक्ष विषयावर खिळवून ठेवा.
- अधूनमधून मुलांना प्रश्न विचारल्याने त्यांना विषय कितपत समजतो हे लक्षात येते व त्यांचे लक्ष विषयावर टिकून राहते.
- नवीन वर्गात मुलांची नावे शक्य तो लवकर पाठ व्हायला व लक्षात रहायला हवीत यासाठी आवश्यक तेवढे कष्ट घ्या.
- प्रश्न विचारताना मुलाला त्याचे नाव घेऊन प्रश्न विचारावा.
- बोलताना आत्मविश्वासपूर्वक बोला. जर तुम्ही बिचकताय असे वाटले तर मुलांचा तुमच्यावरील विश्वास गमावून बसाल.
- फळ्यावर लिहिताना कल्पनेने फळ्याचे भाग करा. एकेक भाग पूर्ण करीत लिहिल्यास मुलांना कळणे सोपे जाईल.
- शक्य तो एखाद्या मुद्द्यावर चर्चा चालू असतानाच वर्ग संपणार नाही याची दक्षता घ्या.
- वर्ग कसा संपवायचा याचे विचारपूर्वक नियोजन करा.

वर्गात पाळावयाचे नियम
पाठ ठरल्यावेळी मुरू होणार.
आवश्यक तेथे प्रश्न विचारा.
इतर विद्यार्थ्यांचे प्रश्न ऐका
आणि जरूर तेव्हा उत्तरे द्या.
कुणी बोलत असेल त्यावेळी
मध्येच इतरांनी बोलायचे
नाही.



वर्ग चालू असताना मुलांनी पाळावयाचे नियम

- वर्गाच्या शिस्तीत कुठली वागणूक बसते आणि कुठली चालणार नाही याची मुलांना स्पष्ट कल्पना हवी.
- मुलांशी चर्चा करून वर्गासाठी नियमांची यादी बनवावी आणि ती मुलांना दिसेल अशा ठिकाणी लावावी.
- नियमांची यादी सुरुवातीस लहानच असावी. उदाहरणार्थ येता-जातानाचे नियम, वर्गपाट वेळेवर सुरू करण्याचे आणि संपविण्याचे नियम
- खालील प्रसंगी काय चालेल, काय नाही याचे नियम मुलांना माहीत हवेत.
 - मुलांना मदत हवी असेल तेव्हा
 - मुलांना संसाधने हवी असतील तेव्हा
 - गृहपाठाची वही अगर इतर साहित्य आणायचे मुले विसरतात तेव्हा
 - एखादा विषय फार कठीण किंवा फार सोपा वाटत असेल तेव्हा

दृढीकरण आणि सवयीसाठी अभ्यासप्रश्न

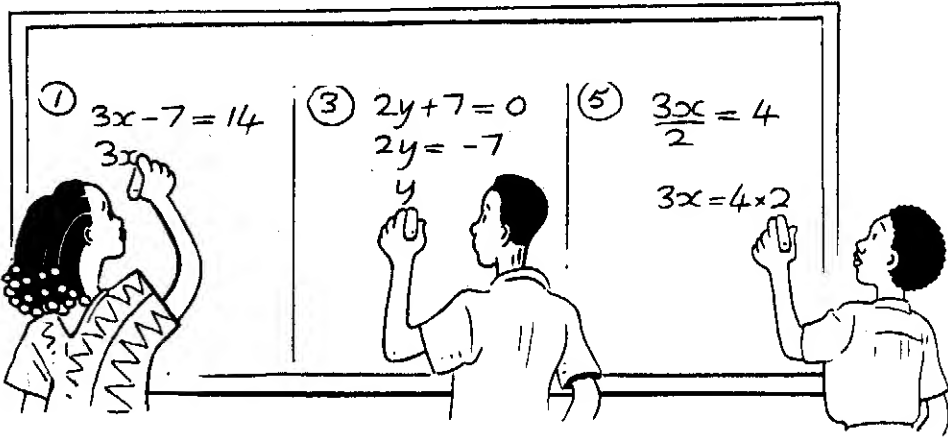
नवीन शिकलेले गणित समजून घेणे व त्याच्या सवयीसाठी अनेक उदाहरणे सोडविणे महत्वाचे आहे. नव्या संकल्पना आणि कौशल्ये वापरून पाहण्याने मुलांची विषयाची समज दृढ होईल. या दृढीकरण आणि सवयीसाठी पाठ्यपुस्तक हे प्रमुख साधन आहे.

पुस्तकातील उदाहरणे सोप्यापासून अवघड अशा क्रमाने जातात का हे शिक्षकाने तपासून पाहायला हवे. नसता मुले पहिल्याच प्रश्नावर अडखळतील आणि नाउमेद होतील. तसेच हेही तपासायला हवे की प्रश्न शिकवलेल्या विषयालाच धरून आहेत आणि न शिकवलेल्या पाठात शिरत नाहीत.

ही शिकविण्याची सर्वसामान्य पद्धत आहे. तिचा उपयोग करावाच; पण इतर सर्व पद्धती सोडून ही एकच पद्धत कायम वापरली जायला नको याचे भान असू द्या.

पुस्तकातील कुठली उदाहरणे विद्यार्थ्यांनी करावीत आणि कुठली करू नयेत याची काळजीपूर्वक निवड व्हायला हवी. सवयीसाठी मुले पुढीलप्रकारे उदाहरणे करून आणि तपासून पाहू शकतात. जसे :

- वर्गातील अर्ध्या मुलांनी विषम क्रमांकाची गणिते सोडवावीत आणि उरलेल्यांनी सम क्रमांकाची. नंतर गटाने मुले एकमेकांची वही तपासू शकतात. ज्या प्रश्नावर सहमती होत नसेल ते प्रश्न तिसऱ्या गटास आव्हानाच्या स्वरूपात द्यावेत.
- जर वर्गात विद्यार्थी संख्या खूप जास्त असेल तर शिक्षकानेच काही प्रश्न निवडावेत (जसे विषम क्रमांकाचे प्रश्न किंवा विशेष महत्वाचे प्रश्न, इ.)
- गृहपाठ तपासताना काही असे प्रश्न निवडावेत जे तपासणे आवश्यक किंवा महत्वाचे असेल. निरनिराळ्या विद्यार्थ्यांस फळ्यावर अशी गणिते करायला लावावीत. असेच विद्यार्थी शक्य तर निवडावेत ज्यांनी घरी बरोबर उत्तर मिळविलेले आहे. जमेल त्याप्रमाणे जास्तीत जास्त विद्यार्थ्यांना फळ्यावर गणित करायला लावावे.



मुलांना चटकन बोलण्या-लिहिण्याची सवय लागावी म्हणून त्यांच्यावर वेळेचे बंधन घालायला हरकत नाही.

- जर नवा गणिताचा पाठ मुले शिकत असतील तर प्रश्न असे निवडावेत ज्यामध्ये किचकट गुणाकार-भागाकार करावे लागणार नाहीत. कारण मुले आकडेमोडीतच अडकून पडतील आणि नव्या संकल्पना शिकणे बाजूला राहील.

उदाहरणार्थ, पुढील दोन्ही प्रश्न आयताच्या क्षेत्रफळावर आहेत. पण त्यापैकी दुसऱ्या प्रश्नात मुले अडकतील किंवा त्यांचा वेग कमी होईल.

✓ १० मीटर लांब आणि ६ मीटर रुंद अशा आयताचे क्षेत्रफळ काढा.

✗ ७.६३ मीटर लांबी आणि ४.०२९ मीटर रुंदीच्या आयताचे क्षेत्रफळ काढा.

● प्रश्न समजायला सोपे हवेत, म्हणजे चटकन सवयीने कुशलता वाढेल.

पुढील दोन्ही प्रश्न एकच आहेत. पहिला प्रश्न समजायला वेळ न लागता मुले चटकन वर्तुळाचे क्षेत्रफळ काढू शकतील. दुसऱ्या बाबतीत मात्र प्रश्न समजून घेण्यातच वेळ खर्चेल आणि प्रश्न सोडविण्याला वेळ कमी पडेल.

एका वर्तुळाकृती बशीची त्रिज्या १० सें.मी. आहे तिचे क्षेत्रफळ काढा

एका टेबलावर ठेवण्याच्या विजेच्या दिव्याचा बैठा भाग वर्तुळाकार असून त्या वर्तुळाकार भागाचा व्यास २० सें.मी. आहे. दिव्याने व्यापलेल्या टेबलाच्या भागाचे क्षेत्रफळ काढा.

खेळ

शिकवताना खेळांचा उपयोग करून विषय मनोरंजक, उत्साहवर्धक आणि मौजेचा होतो. गणिती खेळ मुलांना विषयात गुंतवून ठेवतात आणि मुले खेळाबरोबर विषयातही रंगून जातात. मुले आपले यश आणि समाधान बोलून दाखवितात आणि त्यांचा आत्मविश्वास द्विगुणित होतो. पण गणिती खेळ म्हणजे काही फक्त मौज आणि मनोरंजन नाही. योग्य प्रकारे वापरल्यास खेळातून

- गणितातल्या संकल्पना समजतात.
- गणित सोडविण्याचे कौशल्य वाढीस लागते.
- गणितातली तथ्ये कळतात आणि लक्षात राहतात.
- गणिताची भाषा समजते आणि मुलांची शब्दसंपत्ती वाढते.
- मनातल्या मनात गणित सोडविण्याचे कौशल्य प्राप्त होते.

संभाव्यता

- एखादी घटना घडेल अगर न घडेल याची शक्यता किंवा संभव मोजण्याचे हे शास्त्र आहे.
- प्रयोग जेवढ्या जास्त वेळा आपण करू, तेवढा प्रयोगातून निष्पन्न होणारे प्रदान (outcome) घटनेच्या सैद्धांतिक संभाव्यतेच्या जवळ जाईल.



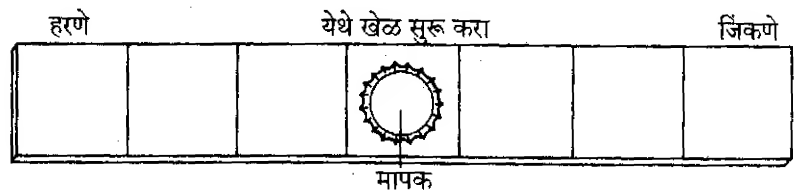
खेळ : डावा आणि उजवा

हा दोन खेळांमधील खेळाचा खेळ आहे.

खाली दाखविल्याप्रमाणे एक तक्ता बनवा.

आवश्यक साधने :

- एक गोटी किंवा खडा
- दोन फासे
- ७ घरे असणारा शेवटचा बोर्ड



मधल्या घरात मापक ठेवा. दोन फासे (ज्यावर प्रत्येकी एक ते सहा आकडे हे फाशाच्या सहा पृष्ठांवर लिहिलेले आहेत) घ्या. दोन्ही फासे खुळखुळून जमिनीवर किंवा टेबलावर टाका. दोन अंकातील अंतर ०, १ किंवा २ असेल तर मापक एक घर डावीकडे न्या. जर तोच फरक ३, ४ किंवा ५ असेल तर मापक एक घरी उजवीकडे न्या. आळीपाळीने दोघांनी फासे टाकत राहिल्यावर हराल किंवा जिंकाल याची नोंद ठेवा.

- एकूण किती वेळा मुले जिंकली, किती वेळा हरली?
- खेळ जिंकण्या-हरण्याच्या बाबतीत समतोल आहे का? असल्यास किंवा नसल्यास कारणे द्या.
- तुम्ही नियम बदलून असा खेळ बनवू शकाल का, ज्यात जिंकण्याची संभाव्यता
 - हरण्यापेक्षा कमी आहे.
 - हरण्यापेक्षा जास्त आहे.
 - हरण्याइतकीच आहे.

विषय

दशांश अपूर्णाकांचा गुणाकार व भागाकार

- एका संख्येस ० ते १ यांमधील कोणत्याही संख्येने गुणिले असता मूळ संख्येपेक्षा लहान संख्या मिळते.
- ० ते १ यांमधील कोणत्याही संख्येने भागिले असता मूळ संख्येपेक्षा मोठी संख्या मिळते.

खेळ : लक्ष्य १०० गाठणे

हा दोघांनी खेळण्याचा खेळ आहे.

पहिला गडी ० ते १०० मधील (टोकाची नाही) एक संख्या निवडतो. दुसऱ्याने या संख्येस अशा संख्येने गुणायचे की १०० च्या शक्य तेवढे जवळ पोचता येईल. मग पहिला येणाऱ्या उत्तरास हव्या त्या संख्येने गुणेल आणि १०० च्या जवळ येण्याचा प्रयत्न करेल. आळीपाळीने दहा वेळा असे करायचे आणि जो १०० च्या सर्वात जवळ येईल तो जिंकला असे समजायचे.

हाच खेळ गुणाकाराऐवजी भागाकार वापरून खेळा.

विषय

स्थान मूल्य

- अंक ज्या स्थानी असेल त्या स्थानाचे मूल्य धारण करतो.
- संख्यांरेषेवर सर्व धन आणि ऋण संख्या आकारमानाप्रमाणे डावीकडून उजवीकडे जातात. शून्य ही संख्या या अनंत लांबीच्या रेषेच्या मध्यभागी असते.

खेळ : मानसिक संख्या - निवड (१)

दोन गड्यांनी खेळायचा एक खेळ.

पहिला गडी एक संख्या निवडतो आणि दुसऱ्या गड्यास ती रेषेवर कोठे असेल ते सांगतो. उदा. -१० ते १०० मध्ये, -१० ते -२० मध्ये १००० ते २००० मध्ये इ. इ. मग दुसरा गडी पहिल्यास काही प्रश्न विचारतो ज्यांची उत्तरे 'होय' किंवा 'नाही' अशीच देता येतील.

उदा. तो विचारेल,

“संख्या ५० पेक्षा मोठी आहे काय?”

“दहा पेक्षा लहान आहे काय?” इ., इ.

प्रत्येक प्रश्नाला एक गुण द्या. संख्या शोधण्यासाठी दुसऱ्या गड्याला किती प्रश्न विचारावे लागेल याची नोंद ठेवा. हाच खेळ गडी आलटून पालटून पुन्हा खेळा. म्हणजे काही वेळ प्रश्न विचारणे व काही वेळा उत्तरे देणे हे प्रत्येक खेळाडूने करावे. ज्याचे गुण सर्वात कमी तो जिंकला.

विषय

संख्यांचे गुणधर्म

- गुणधर्मानुसार संख्यांची वर्गवारी करता येते. उदाहरणार्थ - सम आणि विषम, गुण्य आणि गुणक, मूळ संख्या, त्रिकोणी संख्या (Multiple) . आयताकृती संख्या इ. इ.

खेळ - मानसिक संख्या- निवड (२)

दोन खेळाडूंनी खेळायचा खेळ



पहिला गडी ० आणि १०० यांच्यामधील एक संख्या निवडेल. दुसरा गडी ती संख्या ओळखण्यासाठी संख्येच्या गुणधर्माविषयी प्रश्न विचारेल. उदा. -

“संख्या सम आहे का?”

“संख्या विषम आहे का?”

“संख्या ३ च्या पटीत आहे का?”

संख्या त्रिकोणी आहे काय?

संख्या दहाची गुणक आहे काय? इ. इ.

जर दहा रांगा आणि दहा स्तंभांचा एक तक्ता करून त्यात एक ते शंभर या संख्या मांडल्या असतील तर या तक्त्याचा उपयोग करून प्रत्येक प्रश्नानंतर दुसऱ्या गड्याने काही संख्यांवर रेष मारायची असे केले तर संख्या ओळखण्यासाठी व प्रश्न विचारण्यासाठी मदत होईल. संख्या ओळखण्यासाठी किती प्रश्न विचारावे लागले याची नोंद ठेवा आणि गडी बदलून खेळ पुन्हा खेळा.

विषय

बैजिक फलन

- फलन म्हणजे एक नियम, ज्या अन्वये एका संख्या गटातील प्रत्येक सदस्याशी दुसऱ्या संख्या गटातील विशिष्ट संख्या जोडली जाते. उदा. $x \rightarrow 3x$, $x \rightarrow 2x + 1$

खेळ- नियम (फलन) शोधणे

सर्व मुलांनी खेळायचा हा खेळ आहे.

फळ्यावर डावीकडे एक संख्या लिहा. ही फलनाच्या डावीकडची संख्या किंवा आदान (input) आहे. या संख्येसमोर उजव्या बाजूला फलनाचे प्रदान लिहा. उदा. -

१० ३०

अशाच आणखी दोन ओळी लिहा. जसे,

५ १५

७ २१

आता फक्त आदान संख्या लिहा आणि वर्गातल्या एका मुलाला त्या संख्येपुढे तिची प्रदान संख्या लिहायला सांगा. जसे,

११ ?

१०	३०	
५	१५	
७	२१	
११	३०	☹
११	३३	☺
८	?	
x	3x	

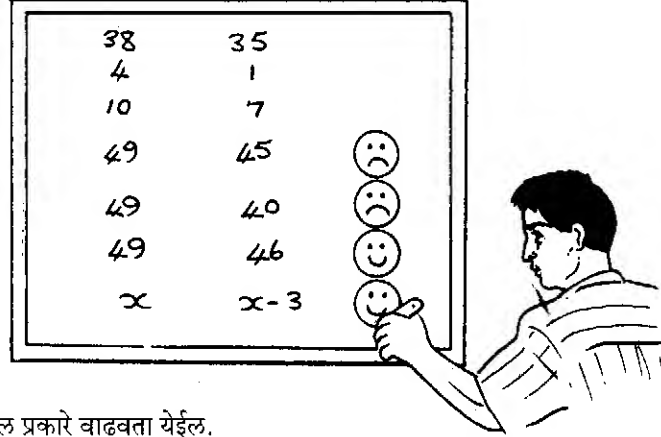
नियम शोधा

जर मुलांने बरोबर ३३ असे उत्तर लिहिले तर त्यासमोर हसरा चेहरा 😊 काढा, उत्तर चुकल्यास रडका चेहरा 😞 काढा. म्हणजे इतर मुलांनाही संधी मिळू शकेल. फलन मुलांना समजले हे लक्षात आल्यावर त्याचे बैजिक सूत्र मुलांना जमते का ते पहा, म्हणजे फळ्यावर लिहा.

x ?

खेळ शांतपणे आवाज न करता खेळला गेला तर अधिक रंगतो.

आता दुसरे फलन सुरू करा. म्हणजे फळा हळूहळू असा भरायला लागेल.



खेळ पुढील प्रकारे वाढवता येईल.

- असा नियम वापरा ज्यात दोन क्रिया कराव्या लागतील. उदा- $2x+1$
- संख्यांचे वर्ग, घन आणि वर्गमूळ यांची मुलांना ओळख करून द्या.
- दोन क्रिया कराव्या लागणारे असे फलन शोधा, ज्यात काही वेळा आदान आणि प्रदान संख्या एकच असेल.
- मुलांच्या मनात कुतूहल निर्माण व्हावे की फलन $-2x+2$ आणि फलन $2(x+1)$ हे एकच आहेत काय? अशा पद्धतीने खेळ वाढवण्यास मदत करा.
- अशीच इतरही दोन दोन फलने वापरा.
- मुलांना असे नियम शोधायला प्रवृत्त करा ज्यात सर्वच आदान आणि प्रदान संख्या समान आहेत. एक सोपे उदाहरण म्हणजे $x \rightarrow x$ (किंवा गुणिले १).

व्यवहारी अपूर्णांक, दशांश अपूर्णांक आणि शेकडेवारी

विषय

- या सर्व संख्या परिमेय आहेत, दोन पूर्णांकांच्या साहाय्याने व्यवहारी अपूर्णांक लिहिता येतात. संख्यांरूपेवर सर्व परिमेय संख्या दाखविता येतात. उदा., पुढील सर्व संख्या समान आहेत. $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ 0.5 50% , इ.

खेळ - चुटकी (१)

दोन खेळाडूंनी खेळायचा खेळ

किमान ४० कार्डांचा (पत्त्यांच्या आकारात) एक गड्डा बनवा. प्रत्येक पत्त्यावर एक व्यवहारी, दशांश अगर शेकडेवारी दाखविणारी संख्या लिहा. बऱ्याच पत्त्यांवर समान, पण वेगळ्या स्वरूपात लिहिलेल्या संख्या असतील याची काळजी घ्या. नमुन्यादाखल काही पत्ते पुढे दिले आहेत.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{12}$
0.75	25%	0.5	25%	10%
0.7	$\frac{10}{20}$	75%	20%	50%
0.2	0.1	0.8	$\frac{10}{50}$	$\frac{1}{10}$

सर्व पत्ते पिसून दोन गड्यांना असे वाटा की सर्व संख्या झाकलेल्या, म्हणजे पत्त्याच्या खालच्या बाजूला असतील. आळीपाळीने प्रत्येक खेळाडू आपले एक पान उलटून दोघांच्या मध्ये ठेवतो. जर दोन समान संख्या दिसल्या तर ज्याला त्या आधी ओळखू आल्या तो 'चुटकी' असे म्हणेल आणि समोर उघडून ठेवलेले सर्व पत्ते जिंकेल. सर्व पत्ते जिंकले गेले की खेळ संपला. ज्याच्याकडे अधिक पत्ते तो जिंकेल.

समरूप आणि एकरूप आकार

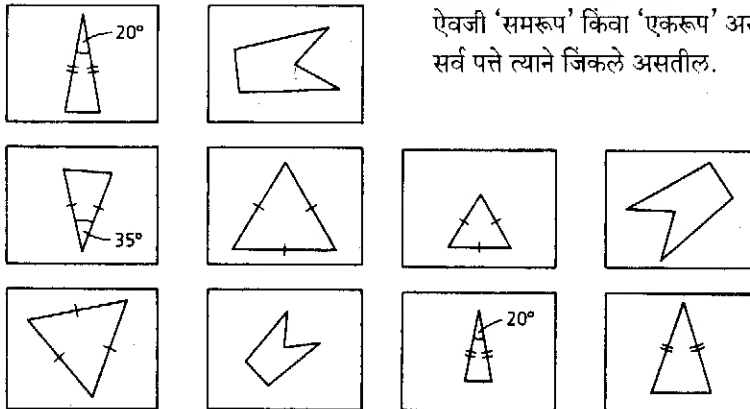
वि
ष
य

- ज्या दोन आकृतींच्या संगत भुजा समान लांबीच्या असतात आणि संगत कोन समान असतात त्यांना 'एकरूप आकृती' असे म्हणतात.
- दोन समरूप आकृतीपैकी एक दुसरीची वाढीव किंवा आकुंचित आवृत्ती असते.
- दोन आकृती एकरूप असण्यासाठी त्यांचे आकार समरूप हवेत आणि सर्व संगत बाजू व कोन समान हवेत.

खेळ - चुटकी (२)

दोन किंवा अधिक खेळाडूंनी खेळायचा हा खेळ आहे.

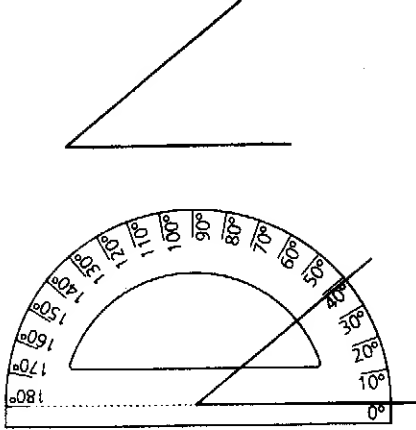
सुमारे वीस पत्ते असे बनवा ज्यावर वेगवेगळे आकार आहेत. काही पत्ते असे असावेत ज्यावर एकरूप किंवा समरूप आकार काढलेले आहेत. वर सांगितलेल्या चुटकी (१) खेळाप्रमाणेच हा खेळ खेळायचा आहे. जेव्हा दोन आकार समरूप अगर एकरूप दिसतील तेव्हा खेळाडूने 'चुटकी' ऐवजी 'समरूप' किंवा 'एकरूप' असे म्हणायचे आहे. बरोबर असल्यास खाली उलथे असलेले सर्व पत्ते त्याने जिंकले असतील.



विषय

आवश्यक साधने :

- कोन मापक
- दुसरा गडी
कोनमापकाशिवाय 89°
अंशाचा कोन अंदाजे काढतो.



पण कोन फक्त 89° अंश होता. म्हणून
दुसऱ्या गड्यास 10° गुण ($89 - 89$) मिळाले.

कोनमापाचा अंदाज करणे

- कोन हे वळणाचे माप आहे, हे मापन 'अंश' या एककात केले जाते.
- अनेक प्रकारचे कोन असतात. जसे लघुकोन (90° अंशापेक्षा लहान), काटकोन (90° अंशाचा कोन), विशालकोन (90° अंशापेक्षा मोठा पण 180° अंशापेक्षा लहान) आणि सरळ कोन (180° अंशाचा).

खेळ कोन किती अंशाचा याचा अंदाज करणे.

हे दोन गड्यांसाठीचे खेळ आहेत.

खेळ (अ)

पहिला गडी एक कोन निवडतो व जाहीर करतो. उदा. 89° अंश. कोनमापक न वापरता दुसऱ्या गड्याने तो कोन कागदावर काढायचा. मग कोनमापकाच्या साहाय्याने काढलेला कोन मोजायचा आणि मोजलेला कोन आणि 89° यातील फरकाएवढे गुण या दुसऱ्या खेळाडूस मिळतील. उदाहरणार्थ, जर कोन 39° असेल तर अंदाज करणाऱ्या गड्यास 50 गुण. आळीपाळीने हा खेळ काही वेळ खेळावा. ज्याचे गुण कमी तो जिंकेल.

खेळ (ब)

प्रत्येक खेळाडू एक कागदावर 89° कोन काढतो व त्यांची मापे अंदाजे लिहितो. मग दोघे आपापले कागद एकमेकांस देतात. आता प्रत्यक्ष कोनमापन करून कागदावर कोनांची मापे लिहावीत व प्रत्यक्ष माप आणि अंदाजे माप यांतील फरक लिहावा. प्रत्यक्ष आणि अंदाजा यांतील फरकाएवढे गुण प्रत्येक आकृतीपुढे लिहावेत. ज्या आकृती काढणाऱ्याचे गुण कमी तो जिंकेल.

प्रात्यक्षिक

या विभागात तीन गोष्टींचा समावेश करता येईल.

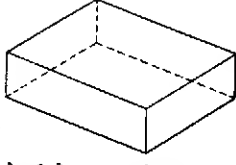
- संसाधनांचा वापर करून प्रत्यक्ष वस्तू बनविणे. असे करण्यात गणिती कौशल्ये, अंदाजे मापन, प्रत्यक्ष मापन आणि अवकाशातील नाते संबंधाचा उपयोग करता येईल.
- गणिती ज्ञानाचा उपयोग करून बाजारहाट, प्रवास नियोजन, अशा सारख्या व्यवहारिक घटना ठरविणे.

आकार, जाळी (nets), क्षेत्रफळ, घनफळ, मापन, अनुमाप-चित्रण (scale drawing)

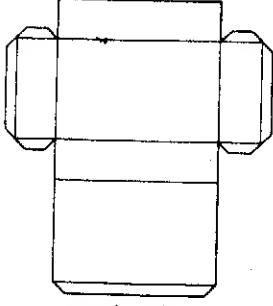
प्रात्यक्षिक - डब्याचा अभिकल्प किंवा रुपरेखा (design) बनविणे.

एक फळ विक्रेती मोठ्या शहरातील व्यापाऱ्यांना ठोक दराने फळे विकू इच्छिते. तिला शहरापर्यंत फळे सुरक्षितपणे पण माफक दराने पोहोचवायची आहेत. त्यासाठी तिला असा डबा बनवायचा आहे ज्यात चार फळे चापून चोपून बसविता येतील. वाहतुकीत फळे घरंगळणार नाहीत किंवा नासणार नाहीत याची काळजी घ्यायला हवी. शिवाय डबा मजबूत हवा. उचलता-ठेवताना मोडणार नाही हे पहायला हवे.

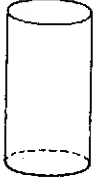
विषय



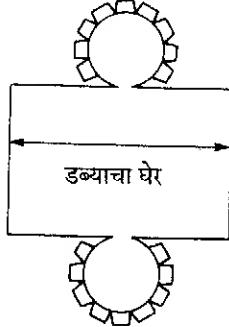
केळी ठेवण्यासाठी डबा



डब्याचे जाळे



संत्री ठेवण्याचा डबा



संत्र्याच्या डब्याचे जाळे

दोन दोन विद्यार्थ्यांच्या गटास असे डबे बनवायचे काम द्या, ज्यांत प्रत्येकी चार फळे मावतील. मुलांना डब्याचे अनुमाप-चित्रण करावे लागेल. अशा तीन चार प्रकारच्या डब्यांतून कोणता डबा चांगला हे मुलांनीच ठरवायचे. एकदा अभिकल्प ठरल्यावर मुलांनी एका पुठ्याचे असे डबे बनवून पहावेत. आणि हे डबे आवश्यक त्या प्रकारे उपयोगी पडतील याची खात्री करावी.

चांगला अभिकल्प निवडण्यासाठी मुलांना खालील तपासण्या कराव्या लागतील.

■ आकार

- वेगवेगळ्या आकाराच्या डब्यांची वस्तुमान पेलण्याची क्षमता.
- कमीत कमी पुठ्या वापरला जाईल असा आकार
- निवडलेल्या आकाराचे अनेक डबे एकत्र कसे बसतील याचा विचार.

■ जाळी (Nets)

- निवडलेल्या आकाराचा डबा बनविण्यासाठी कागदावर पाडायच्या वेगवेगळ्या पद्धतींच्या चुण्या
- घडी पडल्यावर जिथे गोंद लावून चिकटवायचे तेथील कानपट्ट्या (tabs)
- कपटा वाया न घालविता एका कपट्यात किती डब्यांच्या जाळी बनतील याचे मोजमाप

■ क्षेत्रफळ

- चौरस, त्रिकोण, वृत्तचिती आदी आकारांचे क्षेत्रफळ
- बनविलेल्या जाळीचे (कानपट्टी वगैरे धरून) एकूण क्षेत्रफळ
- ज्या आकाराचे डबे सर्वांत कमी कपटा वापरतील याचा विचार

■ घनफळ

- वेगवेगळ्या आकाराच्या डब्यांचे घनफळ
- फळे न घरंघळतील याची खात्री केल्यावर कमीत कमी घनफळाच्या डब्यांचे आकार

■ मापन

- वेगवेगळ्या पद्धतीने फळांची रचना केल्यावर होणारे आकार
- कमीत कमी जागा वापरली जाईल अशी फळांची डब्यात रचना
- निवडलेल्या डब्यांच्या आकारमानाने फळांचे अचूक मापन

■ अनुमाप-चित्रण

- कोणते प्रमाण वापरावे याचा निर्णय
- प्रमाणित गुणक (भाजक) वापरून अचूक डब्यांच्या लांबी, रुंदी आदींचे अनुमाप-मापन
- डब्याच्या आकाराचे आणि जाळ्याचे अनुमाप-चित्रण कसे करावे याचा विचार

वि ष य

अचूक मापन, आलेख आणि नातेसंबंध

उपक्रम - १० सेकंद

दहा सेकंद अचूकपणे मोजेल अशा लंबकाची रूपरेखा बनविणे. दहा सेकंदात या लंबकाने नेमकी दहा आवर्तने पूर्ण करायला हवीत. निरनिराळ्या लांबी आणि वजनाचे लंबक वापरून आवश्यक तो लंबक निवडणे हे उद्दिष्ट होय.

■ अचूक मापन

मुलांना वस्तुमान, लंबकाची लांबी आणि दहा सेकंदाचा काळ यांचे अचूक मापन करता यावे.

आवश्यक साधने :

- दोरी
- ड्राईंग पिना
- लांबी मापनाची पट्टी
- घड्याळ
- वेगवेगळ्या वजनाचे छोटे दगड



वि
ष
य

■ आलेख आणि मापित राशींचे नाते-संबंध

मुलांना हे ठरवायला हवे की लांबीचे आणि दहा आवर्तनासाठी दहा सेकंद या वेळेचे काय नाते आहे. लांबी बदलण्याने अथवा लंबकाला लावलेले वजन बदलण्याने आवर्तन काळात काय बदल पडतो हे आलेखाच्या साहाय्याने मुलांनी ठरवायचे आहे. यासाठी मुलांनी लांबी विरुद्ध वेळ आणि वजन विरुद्ध वेळ असे आलेख काढायला हवेत.

अंदाज, क्षेत्रफल, व्यस्त गुणोत्तर, अनुमाप-चित्रण, पायथॅगोरसचा सिद्धांत, त्रिकोणमिती

उपक्रम - निवाऱ्यासाठी तंबू बनविणे.

मुलांना पुढील समस्या द्या.

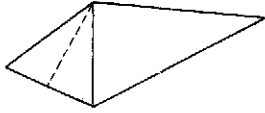
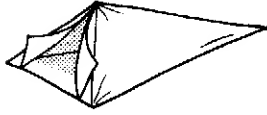
तू आणि तुझा मित्र प्रवासास निघाला आहात. रात्र पडत आली आहे. जवळपास वस्ती नाही. म्हणून तुम्हांला विसाव्यासाठी तंबू हवा आहे. तुमच्याकडे ४ मी. बाय ३ मी. लांबीचे कापड आहे. वारा, पाऊस यांपासून निवारा म्हणून एक तंबू बनविण्याची रूपरेखा ठरवा.

पुढील गोष्टी ठरवा :

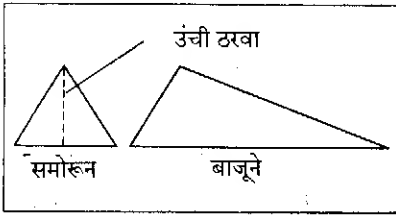
- प्रत्येकाला झोपायला किती जागा लागेल.
- तंबूचा कोणता आकार चांगला असेल.
- तंबूला आधारासाठी कशाचा उपयोग कराल? - झाडे, खडक, इतर?

मुलांना मदतीसाठी काही मुद्दे सुचवा.

- वेगवेगळ्या तंबूंची अनुमाप चित्रे बनवा.
- जो आकार निवडाल त्या आकाराचे एक प्रतिमान (model) बनवा.
- तंबूची लांबी, उंची इ.चे अंदाज बांधा.



तंबूचे त्रिमित चित्र



अनुमाप चित्र (स्केल ड्राइंग) १ : ५०

रूपरेखा बनविण्याचा प्रश्न सोडविण्यासाठी विद्यार्थ्यांना खालील गोष्टी करायला हव्यात.

■ अंदाज करणे.

- तंबूत राहणाऱ्या माणसांच्या उंचीचा
- तंबूच्या आतील जमिनीच्या क्षेत्रफळाचा.

■ क्षेत्रफल काढणे.

आयत, चौरस, बहुभुजाकृती इ. निरनिराळे तंबूच्या पायाचे आकार आणि त्यांची क्षेत्रफळे

■ व्यस्त गुणोत्तराची समज.

- उदाहरणार्थ, मुलांना हे लक्षात यायला हवे की कापड ठरावीक क्षेत्रफळाचे असल्यामुळे तंबूची उंची वाढली तर त्या प्रमाणात पायाचे क्षेत्रफल कमी होणार.

■ भिन्न लांबी-रूंदीच्या तंबूंची अनुमाप-चित्रणे करायला हवीत.

एक किंवा दोन बाजूची लांबी अगर त्रिज्या यांसारख्या परिमाणांचा विचार करून ही चित्रणे करावीत.

■ पायथॅगोरसचे प्रमेय किंवा त्रिकोणमिती यांचा उपयोग.

- तंबूची इतर परिमाणे ठरविण्यासाठी जसे कोन आणि दुसऱ्या बाजू इ.

विषय

संभाव्यताशास्त्र

- एका विशिष्ट प्रयोगातून दर वेळी निरनिराळी प्रदाने (outcomes) मिळू शकतात.
- एका विशिष्ट प्रदानाची सापेक्ष वारंवारता (relative frequency) पाहून त्याच्या संभाव्यतेचा अंदाज करता येतो.
- प्रयोग जेवढ्या अधिक वेळा करू तेवढी एका विशिष्ट प्रदानाची सापेक्ष वारंवारता ही सैद्धांतिक संभाव्यतेच्या जवळ येईल.

उपक्रम - स्पर्श-पिशवी

एका पिशवीत काही रंगीत गोट्या भरा. समजा पाच लाल, तीन काळ्या आणि एक पिवळी अशा नऊ गोट्या पिशवीत ठेवल्या आहेत. एका मुलाने पिशवीत हात घालून एक गोटी (पिशवीत न पाहता) बाहेर काढावी आणि तिचा रंग कोणता त्याची नोंद ठेवावी. पुन्हा ती गोटी परत पिशवीत ठेवावी. हाच प्रयोग बरेच वेळा करावा. प्रत्येक रंगाच्या सापेक्ष वारंवारतेवरून कोणत्या रंगाच्या किती गोट्या पिशवीत आहेत याचे चांगले अनुमान ठरेपर्यंत खेळ चालू ठेवावा.

उपक्रम - घोडे पळविण्याची स्पर्धा

या खेळात अनेक मुले भाग घेऊ शकतात. दोन फासे वापरावेत ज्यांच्या पष्ठभागांवर क्रमाने एक ते सहा ठिपके आहेत. एका मुलाने फासे हातात खुळखुळून पटावर टाकावेत. येणाऱ्या दोन संख्यांची बेरीज हा पळणारा घोडा होय.

आकृती

घोड्यांचे क्रमांक दोन ते बारा असे एकूण अकरा घोडे आलेखात आहेत. ज्या नंबराचे फासे पडले तो घोडा एक पाऊल पुढे टाकेल. अशा प्रकारे खेळ चालू ठेवावा. जो घोडा सर्वात आधी दुसऱ्या बाजूला पोहोचेल तो जिंकेल.

आलेखाकृती

हा खेळ पुन्हा पुन्हा खेळावा आणि काही प्रश्नांची उत्तरे शोधावीत. खेळात एकच विजेता अधिक वेळा जिंकतो असे दिसते का? या खेळात सर्वांना जिंकण्याची समान संधी आहे का? कोण जिंकण्याची कोणाची शक्यता जास्त? कोणाची शक्यता कमी? खेळ निःपक्षपाती हवा असेल तर खेळाचे नियम किंवा खेळाचा तक्ता कशा प्रकारे बदलावा लागेल?

पळणारा	जिंकण्याची रेषा
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

आवश्यक साधने

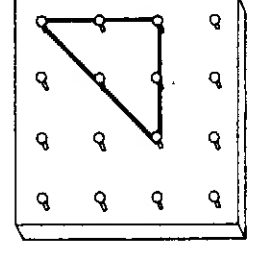
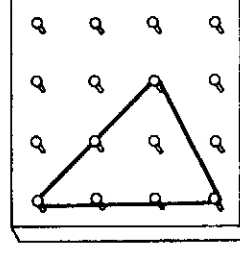
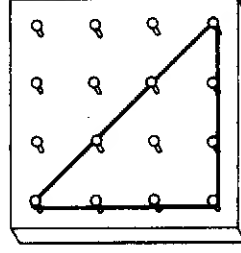
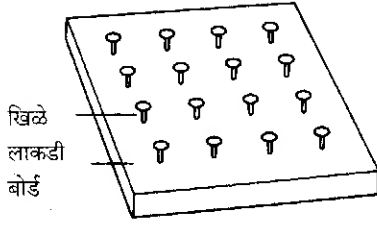
- खिळे
- लाकडी चिपा
- दोरा, कापूस किंवा लवचिक रबरी पट्ट्या

विषय

त्रिकोण, चौकोन, एकरूपता, सदिश राशी

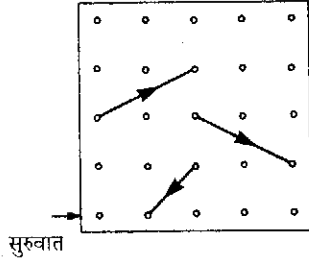
काही वेगवेगळ्या भूमितीय आकारांचे व मापांचे कपटे बनवा.

काही खिळ्यांभोवती दोरी किंवा चिकटपट्टी लावून असे आकार फळ्यावर आकृतीतल्या प्रमाणे बनविता येतात. मुलांनी या आकारांचे गुणधर्म व क्षेत्रफळ शोधावे.



उदाहरणार्थ,

- 3 x 3 तीन बोर्डावर किती त्रिकोण बसू शकतील? या सर्व त्रिकोणांची कोन, बाजूंची लांबी, या संदर्भात वर्गवारी करा. सर्व त्रिकोणांचे क्षेत्रफळ काढा.
- 4 x 4 बोर्डावर किती चौकोन बसविता येतील? वरील प्रमाणे या चौकोनांची वर्गवारी व क्षेत्रफळ काढा.
- 4 x 4 बोर्डाचे दोन एकरूप भाग किती प्रकारे पाडता येतील? चार एकरूप भाग?
- आकृतीत दाखविलेल्या तीन सदिश राशींच्या साहाय्याने त्या बोर्डावर एका विशिष्ट बिंदूपासून निघून सर्व बिंदू गाठता येतील काय? तीन सदिश रेषा हव्या तेवढ्या वेळा वापरायला हरकत नाही.



प्रश्न आणि कोडी

ज्या प्रश्नांची किंवा कोड्यांची निश्चित उत्तरे मिळू शकतील असे प्रश्न व कोडी सोडविण्याच्या प्रयत्नांतून मुलांना गणित शिकण्यास प्रवृत्त करणे हा या पद्धतीचा उद्देश आहे. या उपक्रमाचे वैशिष्ट्ये असे आहे की कोडी आणि प्रश्न सोडविण्याची पद्धत सुद्धा मुलांनाच शोधायची असते.

कोडी सोडविण्यातून मुलांची विचार करण्याची शक्ती वाढते. बरीच ऐतिहासिक कोडी उपलब्ध आहेत. त्यातून मुलांना काहीसे गणिताच्या इतिहासाचे ज्ञान सुद्धा प्राप्त होते.

पुस्तकातील उदाहरणसंग्रह सोडविताना संदर्भाच्या चाकोरीबाहेरील कौशल्ये विकसित होतात. आवश्यक अशी विशिष्ट पद्धत निवडण्याची कला प्रश्न सोडविण्यातून विकसित होते.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

विषय

साध्या बेरीज आणि वजाबाक्या

उपक्रम - जादुई चौरस

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 या संख्या एका 3 x 3 चौरसाच्या नऊ घरांत अशा पद्धतीने मांडा की उभ्या स्तंभातील, आडव्या रांगेतील आणि चौरसाच्या दोन कर्णावरील तीन तीन संख्यांची बेरीज दर वेळी 15 भरेल.

	8	

चित्र १

16	6	x
2	y	18
z	14	4

चित्र २

वरील चौरसात बेरीज कायम राहिल अशा तऱ्हेने संख्या किती वेगवेगळ्या पद्धतीने भरता येतील?

- दिलेल्या चौरसात ८ ही संख्या आहे तशीच ठेवून जादुई चौरस पूर्ण करता येईल काय?
- वरील प्रमाणेच 4X4 चौरसात एक ते सोळा या संख्या लिहून सर्व स्तंभ, रांगा आणि कर्ण यांवरील बेरीज कायम ३४ येईल असा जादुई चौरस बनविण्याच्या एकूण ८८० पद्धती आहेत.
- त्यापैकी किती वेगवेगळे 4X4 जादुई चौरस तुम्हाला बनविता येतील?
- आकृतीत 3X3 जादुई चौरस बनावयचा आहे ज्यात जादुई बेरीज ३० असणार आहे. एक्स, वाय आणि झेड ची किंमत शोधा.

1	9	2
3	8	4
5	7	6

वि
ष
य

तीन अंकी संख्यांचे गुणाकार आणि भागाकार

उपक्रम - अंक आणि वर्ग

येथे दाखविलेल्या चौरसात प्रत्येक रांगेत एक अशा तीन तीन अंकी संख्या आहेत. पहिल्या रांगेतील १९२ या संख्येच्या दुप्पट ३८४ ही संख्या दुसऱ्या रांगेत आहे तर तिची तिप्पट ५७६ ही संख्या तिसऱ्या रांगेत आहे. संख्यांचे नेमके हेच नाते कायम राहिल. (पहिलीच्या दुप्पट दुसरी आणि तिप्पट तिसरी) अशा प्रकारे एक ते नऊ या अंकांचा वापर करून हा चौरस भरून दाखवा.

$$\begin{array}{ccc} \square & - & \square = \square \\ & & \times \\ \square & \div & \square = \square \\ & & \parallel \\ \square & + & \square = \square \end{array}$$

वि
ष
य

एक अंकी संख्यांवर बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार आदि चार मूलभूत प्रक्रिया

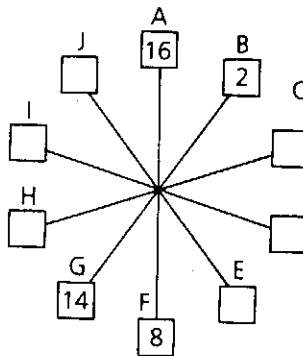
उपक्रम - रकाने भरणे

आकृतीतील रकाने अशा प्रकारे भरून दाखवा की सर्व समीकरणे बरोबर राहतील. तेच रकाने दुसऱ्या एका पद्धतीने अंक वापरून दाखवा. म्हणजे अनेक उतरे असणारे हे कोडे आहे हे पटेल.

वि
ष
य

संख्यांचे वर्ग आणि त्यांची बेरीज

एका संख्येचा वर्ग करणे म्हणजे तिचा स्वतःशीच गुणाकार करणे.



उपक्रम वर्गाचे वर्तुळ

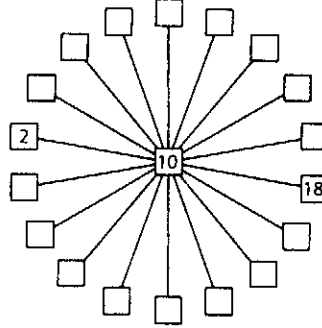
चौकोनी रकान्यात संख्या अशा तऱ्हेने भरा की दोन संलग्न रकान्यातील संख्यांच्या वर्गांची बेरीज विरुद्ध रकान्यातील संख्यांच्या वर्गांच्या बेरजेइतकी असेल. उदाहरणार्थ, १६ आणि २ या संलग्न संख्या आणि त्या विरुद्ध रकान्यातल्या ८ आणि १४ या संख्या पहा. दोन्ही बाबतीत त्यांच्या वर्गांची बेरीज २६० एवढी भरते.

वि
ष
य

बेरीज

उपक्रम - बेरीजांचे वर्तुळ

आकृतीत सरळ रेषेतल्या तीन संख्यांची बेरीज ३० व्हायला हवी. अशा तीन संख्या दाखविल्या आहेत. उरलेल्या रकान्यांत त्या तीन संख्या सोडून १ ते १९ मधल्या इतर सर्व संख्या भरून दाखवा.

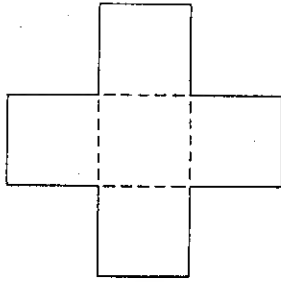


वि
ष
य

पृष्ठीय क्षेत्रफळ, घनफळ आणि सामान्य गुणक

उपक्रम - घनायताची (cuboid) समस्या

एका घनायताकृती पेटीच्या तीन संलग्न बाजूंची पृष्ठीय क्षेत्रफळे १२०, ९६ आणि ८० चौरस सें.मी. आहेत. तर त्या पेटीचे घनफळ किती असेल?



ग्रीक क्रॉस

वि
ष
य

आकार आणि सममिती (symmetry)

उपक्रम - ग्रीक क्रॉस

- आकृतीत पाच चौरस आहेत. हे पाच चौरस कापून अशा तऱ्हेने रचा की त्यांचा मिळून एक चौरस बनेल.
- आकृतीचे चार तुकडे करून त्यांचा चौरस बनवा.
- तुकडे एकाच आकाराचे व मापाचे घ्या, तसेच वेगळ्या आकारा-मापाचेही घ्या.

वि
ष
य

उपक्रम - आगकाड्या

- सहा आगकाड्या वापरून चार समभुज त्रिकोण बनवा.
- अठरा आगकाड्या अशा रचा की,
 - त्या दोन क्षेत्रांच्या सीमा दाखवितील. पैकी एकाचे क्षेत्र दुसऱ्याच्या दुप्पट असावे.
 - त्या दोन चौकोनी क्षेत्रांच्या सीमा असतील. मोठे क्षेत्र दुसऱ्याच्या तिप्पट असावे.
 - त्या दोन पंचकोनीय क्षेत्रांच्या सीमा असतील, मोठे क्षेत्र दुसऱ्याच्या तिप्पट असावे.

$$\begin{array}{r}
 xxx \\
 +yyy \\
 +zzz \\
 \hline
 abcd
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 y \\
 +y \\
 +y \\
 \hline
 my
 \end{array}$$

वि
ष
य

बेरीज, स्थान मूल्य

उपक्रम - अक्षराचे मूल्य शोधन

० ते ९ पैकी एक संख्या हे एकेका अक्षराचे मूल्य आहे. मूल्यांची उकल करा.

समीकरणे मांडणे आणि सोडविणे.

वि ष य

उपक्रम - संख्या शोधन

- ज्या दोन पूर्णांकांचा गुणाकार २२१ आहे अशा संख्या कोणत्या?
- ज्या दोन पूर्णांकांचा गुणाकार ४१ आहे अशा संख्या कोणत्या?
- आज माझे वय माझ्या आईच्या वीस वर्षांपूर्वीच्या वयाच्या निम्मे आहे. आज आईचे वय ३८, तर माझे किती?
- ज्या दोन संख्यांची बेरीज २० आणि ज्यांच्या वर्गांची बेरीज २०८ अशा संख्या ओळखा.
- ज्या दोन संख्यांची बेरीज १० आणि ज्यांच्या घनांची बेरीज ३७० अशा संख्या ओळखा.
- अशी संख्या शोधा जिची $3\frac{3}{4}$ बेरीज केली अगर गुणाकार केला तर दोन्ही उत्तरे सारखीच येतात.

वि
ष
य

शेकडेवारी

उपक्रम - शेकडेवारीविषयी प्रश्न

- एक संख्या वीस टक्क्याने वाढविली आहे. नव्या संख्येत किती टक्के घट केली असता मूल संख्या मिळेल?
- एका आयताची लांबी वीस टक्क्याने वाढली आणि रुंदी वीस टक्क्याने घटली तर आयताच्या क्षेत्रफळात फरक पडेल काय? पडल्यास किती टक्के फरक पडेल?
- 'अ' या घनाकृती स्थायूचे घनफळ 'ब' या घनाकृती स्थायूपेक्षा वीस टक्के अधिक आहे. तर 'अ' च्या पृष्ठफळाचे 'ब' च्या पृष्ठफळाशी गुणोत्तर किती असेल?

वि ष य

संभाव्यताशास्त्र

उपक्रम - संभाव्यता विषयक प्रश्न

- घटनेची संभाव्यता काढण्यासाठी प्रयोगातून निघणाऱ्या घटनेसहित सर्व प्रदानांची यादी करायला हवी.
- घटनेची सैद्धांतिक संभाव्यता ती घडण्याच्या शक्यतांच्या संख्येस सर्व घडू शकणाऱ्या घटनांच्या संख्येने भागल्याने मिळते.

- मजजवळ दोन फासे आहेत. ते खेळल्याने मिळणाऱ्या दोन संख्यांची वजाबाकी २ असण्याची संभाव्यता किती? ती वजाबाकी ० ते ५ असण्याच्या निरनिराळ्या सैद्धांतिक संभाव्यता किती?
- समजा, वर्गातल्या प्रत्येक मुलाच्या जन्माचा महिन्याचा क्रमांक (एक ते बारा) मी एकेका पत्त्यांच्या आकारातील कार्डावर लिहिला. हे पत्ते पिसून त्यातली दोन पत्ते घेतले. त्या दोन पत्त्यांवरील संख्यांची बेरीज सम असण्याची संभाव्यता किती? विषम असण्याची किती? या दोन्ही संभाव्यता सारख्याच केव्हा असतील?

३. पाच नाण्यांची एकदम नाणेफेक करा. पाचही चीत किंवा पट पडल्यास तुम्ही जिंकला. नसता हवी तेवढी नाणी पुन्हा एकदा किंवा दोनदा उचलून फेका. जर बरोबर पाच चीत किंवा पाच पट मिळाले तर तुम्ही जिंकला. अशा तीन नाणेफेकीत तुम्ही जिंकण्याची संभाव्यता किती?
४. तुमच्याकडे आठ वर्तुळाकार चकत्या आहेत. त्यांच्या एका बाजूस अनुक्रमे १, २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८ हे आकडे लिहिलेले आहेत आणि दुसऱ्या बाजूस ० ही संख्या आहे. चकत्या हवेत उडवून खाली पडू द्या. आपणास दिसणाऱ्या आकड्यांची बेरीज किमान ७० असण्याची संभाव्यता किती?
५. तीन फासे चांगले खुळखुळून फेका. दिसणाऱ्या संख्यांची बेरीज ३ च्या पटीत असणे जास्त संभवनीय की त्यांचा गुणाकार ४ च्या पटीत असणे?

गणितीय शोधन करणे.

बरेच शिक्षक मुलांना गणितातली काही उदाहरणे फळ्यावर सोडवून दाखवितात आणि मग सवयीसाठी काही प्रश्न सोडवायला देतात. यापेक्षा अगदी वेगळी पद्धत वापरता येईल. शिक्षक मुलांना काही आव्हानात्मक प्रश्न विचारे. ज्यांची उत्तरे मुलांनी स्वतः शोधायची, यातच त्यांना गणिताच्या काही नव्या पद्धती सापडतील, योग्य असे आव्हानात्मक प्रश्न शोधणे हे शिक्षकाचे काम होय. मुलांची क्षमता पाहूनच हे आव्हान वापरता येईल.

कळीचा मुद्दा असा की या पद्धतीने मुलांच्यात खालील क्षमता वाढीस लागतील.

- सुरुवात कशी करायची?
- आव्हान कसे पेलायचे?
- गणितातल्या कुठल्या संकल्पनांचा वापर करायचा?
- आपले शोधन गणिताच्या भाषेत कसे मांडायचे?
- शोधलेले उत्तर कसे इतरांना समजावून द्यायचे?

असे शोधन करणे ही खुली पद्धत म्हणता येईल कारण या पद्धतीत मुलांना अनेक उपाय उपलब्ध असतात. या विभागात आपण गणितातले असे काही विषय पाहू जे अगदी सोप्या सुरुवातीपासून करता येतात. यात शोधनाची सुरुवात कशी करावी यासाठी काही मदत मिळू शकेल.

वि
ष
य

एकरेषीय समीकरणे आणि रेषा आलेख

- एक समीकरण एका आलेखाद्वारे दाखविता येते.
- समीकरण आणि त्याच्या आलेखाचा आकार यात विशिष्ट नाते असते.
- $y = mx + c$ या समीकरणाचा आलेख एका रेषेच्या स्वरूपात असतो.
- पैकी y हा त्या रेषेच्या वळणाचा मापक असून C आलेखाचा y अक्षावरील छेदन बिंदू दाखवितो.

एकरेषीय समीकरणांच्या आलेखाचे शोधन

फळ्यावर लिहा, 'm ही संख्या x संख्येपेक्षा १ ने अधिक आहे.'

विद्यार्थ्यांना या नियमाचे पालन करणाऱ्या तीन बिंदूचे निर्देशांक (coordinates) लिहायला सांगा. त्यापासून आलेख बनवा.

आता नियम बदला. उदाहरणार्थ, 'y आणि x+2 या समान संख्या आहेत.' याही बाबतीत तीन बिंदूचे निर्देशांक मुलांना लिहायला सांगा आणि त्यांच्या साहाय्याने आलेख काढा.

या रेषांचा उतार आणि y अक्षावरील छेदन बिंदू यांचे नाते ठरवायला सांगा.

वरील उदाहरणांतील समीकरणे मुलांना लिहायला सांगा.

यानंतर आणखी काही आलेख मुलांना काढायला सांगा. जसे

- y निर्देशांक = x निर्देशांकाची दुप्पट
- y निर्देशांक = x निर्देशांकाची तिप्पट
- y निर्देशांक = x निर्देशांकाची तिप्पट अधिक १.

या सर्व बाबतीत मुलांना बैजिक समीकरणे लिहायला सांगा.

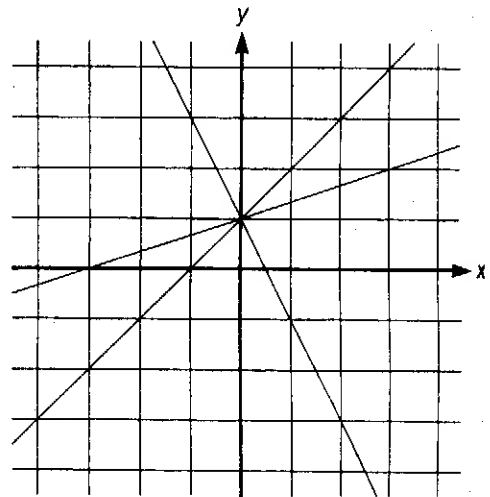
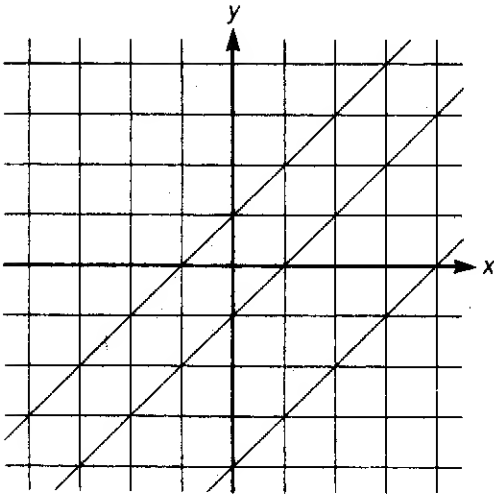
मुले स्वतः रेषा आलेख आणि समीकरणे यातला संबंध समजू शकतील. खालील सूचना त्यांना मदतीच्या स्वरूपात उपयोगी पडतील.

स्वतःचा नियम बनवा. तीन बिंदूंच्या निर्देशांक जोड्या लिहा. त्याचे आलेख काढा.

धन किंवा पूर्णांक संख्याप्रमाणेच ऋण संख्या आणि अपूर्णांक यांचा वापर करून नियम बनवा आणि आलेखन करा.

प्रत्येक नियमाचे समीकरण मांडा आणि त्याच्या रेषा आलेखास ओळखण्यासाठी क्रमांक द्या.

रेषेचा उतार आणि उभ्या अक्षावरील छेदन बिंदू यांच्यावरून काही आडाखे बांधण्यास सांगा. समीकरणावरून काही बोध होतो का हे विचारा.



विषय

आकारांचे क्षेत्रफल आणि परिमिती

- क्षेत्रफल म्हणजे आकृतीच्या आतील अवकाशाचे मापन
- परिमिती म्हणजे आकृतीच्या बाह्य सीमेवरील अंतर
- आकृतीच्या आतील चौरस मोजून किंवा नियमित आकृतीबाबत

आकडेमोडीने क्षेत्रफळ काढता येते.

क्षेत्रफळ आणि परिमिती यांच्या विषयी शोधन

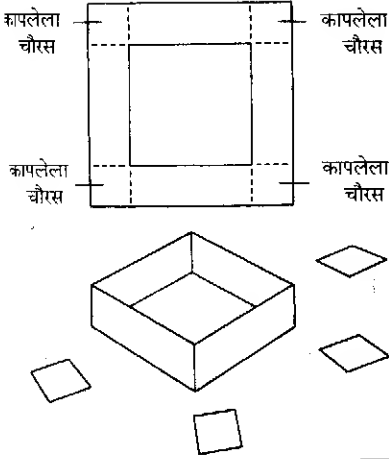
१. एक शेतकऱ्याकडे एका शेताची सरहद्द ठरविण्यासाठी एक मीटर लांबीचे बारा लाकडी ओंडके आहेत. शेत आयताकृती आहे. सर्व ओंडके वापरून शेताचे क्षेत्रफळ जास्तीत जास्त किती राखता येईल? जर त्याच्याकडे आणखी दोन त्याच आकाराचे ओंडके उपलब्ध झाले, तर कमीत कमी आणि जास्तीत जास्त किती क्षेत्रफळ त्याला शेतासाठी मिळू शकेल?
२. दुसऱ्या शेतकऱ्याकडे असेच बारा ओंडके आहेत. पण त्याला शेताचा आकार आयताकृती ठेवण्याचे बंधन नाही. पुन्हा बारा ओंडके वापरून सर्वात मोठे आणि छोटे क्षेत्रफळ किती बनेल ते ठरवा. ओंडके कमी जास्ती करून हाच प्रयोग करून पहा.
३. तुमच्याकडे ३६ मीटर लांबीची दोरी आहे. तिच्या साहाय्याने ३६ मीटर परिमिती असलेल्या अनेक आकृती बनवा व त्यांची क्षेत्रफळे ठरवा.
४. एका जमिनीचे क्षेत्रफळ १०० चौ. मी. आहे. तिच्या परिमितीसाठी किती मी. लांबीचे दोरी लागेल?

वि ष य

स्थायूंचे पृष्ठफळ आणि घनफळ

- स्थायूंचे घनफळ म्हणजे तो व्यापतो त्या अवकाशाचा व्याप
- घनफळ काढण्यासाठी व्यापलेल्या अवकाशातील घन मोजता येतील किंवा नियमित स्थायूच्या घनफळासाठी आकडेमोड करता येईल.
- पृष्ठफळ हे स्थायूच्या बाह्यांगाचे क्षेत्रफळ होय.
- पृष्ठफळ मोजण्यासाठी घनांची संख्या मोजणे किंवा आकडेमोड ही पद्धत वापरता येईल.

स्थायूंच्या पृष्ठफळांचे आणि घनफळांचे शोधन



१. एक चौकोनी कागद वापरून जास्तीत जास्त घनफळाचा घनायत स्थायू बनवायचा तर तो कसा असेल?
२. एक ९६ घन सें. मी. मापाची पेटी बनवायची आहे. पेटीचा आकार कसाही चालेल. कमीत कमी कागद वापरून हे करायचे असेल तर किती कागद लागेल?
३. एक २४ सें.मी. x २४ सें.मी चौरसाकृती कार्डाचा तुकडा तुमच्याकडे आहे. कोपऱ्यातील चार छोटे चौरस तुकडे कापून आणि उरलेल्या भागात आवश्यक तशा घड्या पाडून तुम्हाला पेटी बनविता येते. जास्तीत जास्त घनफळाची पेटी बनविल्यास कापलेल्या चौरस तुकड्यांची लांबी किती असेल? हाच प्रयोग इतर आणखी चौरस कार्डापासून करता येईल. आयताकृती कार्डे ही वापरता येतील. त्यातून काही निष्कर्ष निघतात का?
४. तुमच्याकडे २४ सें.मी. x ८ सें.मी. आयताकृती कार्ड आहे. ते वाकवून जास्तीत जास्त किती घनफळाचा दंडगोल बनविता येईल?
५. जर तुम्हाला ८० घ. सें.मी. घनफळाचा दंडगोल हवा असेल तर किमान किती क्षेत्रफळाचे कार्ड लागेल?

वि
ष
य

युगपत समीकरणे (Simultaneous Equations)

- युगपत समीकरणांच्या जोडीत प्रत्येक समीकरणात त्याच दोन चल राशी असतात. उदा.

$$x + y = 10$$

$$x - y = 4$$

- द्विचल (युगपत) समीकरणे सोडविल्यावर चल राशींचे मूल्य दोन्ही समीकरणात सारखेच असते. जसे, वरील उदाहरणातील दोन्ही समीकरणात x चे मूल्य ७ तर y चे मूल्य ३ आहे. दोन्ही पैकी एक समीकरण सुटले पण दुसरे सुटले नाही असे कधी होऊ शकत नाही.

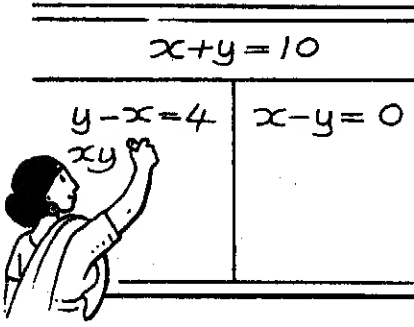
युगपत समीकरणांचे शोधन

निवड व दुरुस्ती या पद्धतीने, समीकरणांचे नियम वापरून किंवा बदली राशी वापरून द्विचल समीकरणे सोडविता येतात. समजा, आपण $x + y = 10$ हे समीकरण फळ्यावर लिहिले. पुढे फळ्याचे दोन भाग पाडले. आता मुलांना असे सुचवा -

- x आणि y अशी मूल्य निवडा जी या समीकरणात बसतील. पण निवडलेली मूल्ये कुणाला सांगू नका.
- त्या मूल्यांच्या साहाय्याने आणखी एक समीकरण तुम्ही स्वतः बनवा. आता एकेका मुलाला त्याचे समीकरण विचारा. जर ते समीकरण आणि फळ्यावरील मूळ समीकरण आपल्याला तीच मूल्ये देत असेल (म्हणजे एक्स = ७ आणि वाय = ३) तर ते समीकरण फळ्याच्या डाव्या विभागात लिहा. नसल्यास ते उजव्या विभागात लिहा. मुलांना
- प्रत्येक बाबतीत चल राशींची मूल्ये शोधायला लावा.
- प्रत्येक बाबतीत त्यांनी वापरलेली पद्धत तपासायला लावा.

दर दोन समीकरणांच्या बाबतीत प्रश्न उभा करा.

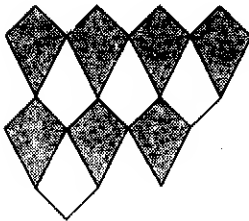
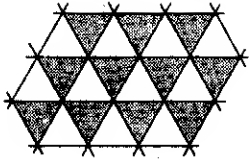
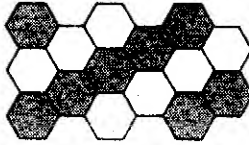
- कुठलीही समीकरणांची जोडी समान आहे काय?
- कुठलेही एखादे समीकरण इतर एक किंवा दोन समीकरणांतून बनते काय?



विषय

पटावरण (Tessellations)

- एका विशिष्ट आकाराच्या चकत्यांचे एका किंवा अधिक दिशांमध्ये फट न ठेवता नमुनावर हुकूम कोंदण बनविणे म्हणजे 'पटावरण' होय.
- जर अशा पटावरणात एकाहून अधिक आकाराच्या चकत्या वापरल्या गेल्या असतील तर त्यास 'अर्ध-नियमित पटावरण' म्हणतात.
- एकच नियमित आकार वापरून पटावरण बनविण्यासाठी त्या आकृतीच्या दोन बाजूंमधील कोनाचे अंशात्मक मापन 360° चा गुणक असणे आवश्यक आहे.
- अर्ध-नियमित पटावरणासाठी वापरलेल्या आकृतीच्या अंतर्गत कोनांच्या पटीची बेरीज 360° असायला हवी.



पटावरणांचे शोधन

मुलांना वेगवेगळ्या बहुभुजाकृती द्या. मग पुढील प्रश्न टाका.

- यापैकी कोणत्या आकृतींचा फट न ठेवता आवरणासारखा उपयोग करता येईल?
- कोणत्या दोन आकृतींच्या साहाय्याने पटावरण शक्य आहे?
- काही आकृती स्वतःच पटावरण करतात; पण काही बाबतीत इतर आकृती का लागतात?

वि**ष****य****वर्तुळाचा परीघ, त्रिज्या, व्यास आणि क्षेत्रफळ यांतील नाते.**

- वर्तुळाच्या परिघाचे सूत्र आहे $(2\pi r)$
- वर्तुळाच्या क्षेत्रफळाचे सूत्र आहे (πr^2)
- (पाय) ३.१४ असे गृहीत धरा.

आवश्यक साधने :

- गोल पत्र्याचा डबा
- ताटली, झाकण इ.
- वर्तुळाकृति वस्तु
- वेगवेगळ्या मापाचे गोल कपडे

वर्तुळाचे शोधन

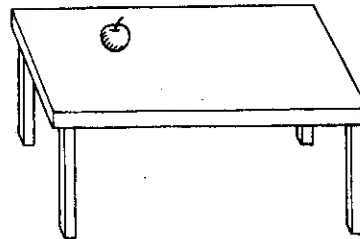
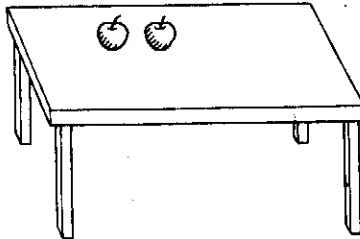
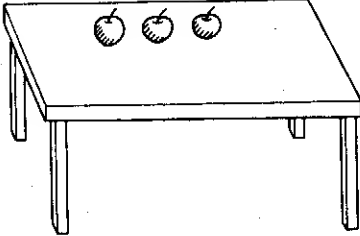
बऱ्याचशा दंडगोलाकृती डब्या, वर्तुळाकार वस्तू यांचा वापर करून त्यांच्या त्रिज्या मोजा. त्या सर्वांचे परिघ, क्षेत्रफळ इत्यादि कुठलीही पद्धत वापरून काढा.

या सर्व माहितीची एक यादी बनवा. त्रिज्या आणि व्यास, त्रिज्या आणि परिघ, तसेच त्रिज्या आणि क्षेत्रफळ यांच्यात काय नाते असेल याचा खालीलप्रमाणे तक्ता बनवून शोध घ्या.

त्रिज्या	व्यास	परिघ	क्षेत्रफळ

वि ष य**व्यवहारी आणि दशांश अपूर्णांक, शेकडेवारी**

उपक्रम - व्यवहारी आणि दशांश अपूर्णांक, तसेच शेकडेवारी यांचे शोधन



टेबलावर आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे सहा एकाच प्रकारची आणि साधारणपणे एकाच आकाराची फळे ठेवा.

वर्गाबाहेर १० मुलांना रांगेत उभे करा. त्यांना एका मागोमाग एक असे आत येऊ द्या. मुलांना अशा जागी बसायला सांगा जेथे जास्तीत जास्त फळे मिळू शकतील.

त्यांनी आत येण्या अगोदर इतर मुलांशी चर्चा करून हे ठरवा की,

- आत येणाऱ्या मुलांना कुठे बसावे असे वाटेल?
- प्रत्येकास किती फळे मिळतील?
- जर दुसऱ्या टेबलावर जाण्याची संधी मिळाली तर मुले ती स्वीकारतील का?
- वर्गात सर्वात आधी जाणे बरे की नंतर?
- रांगेतील सर्वात चांगली जागा कोणती?

सर्व १० मुले बसल्यावर मुलांना असे विचारा.

- प्रत्येकास किती फळे मिळतील हे व्यवहारी आणि दशांश अपूर्णांकात लिहा.
- कुणा एकास जास्तीत जास्त म्हणजे किती फळ मिळेल ते अपूर्णांकात तसेच सर्व फळांच्या शेकडेवारीत लिहा.

हाच प्रयोग वेगळ्या संख्येने मुलांना रांग करायला सांगून, मेजांची संख्या बदलून अगर फळांची संख्या बदलून करा.

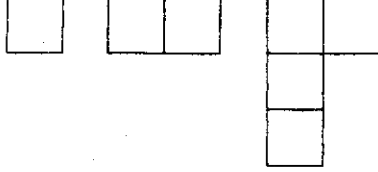
वि ष य

रेषीय सममिती

- ज्या रेषेभोवती आकृती रेषीय सममितीत आहे त्या रेषेच्या जागी आरसा ठेवला असता आकृतीतील कोणत्याही बिंदूची आरशातील प्रतिमा सुद्धा आकृतीत असते.

सममित आकारांचे शोधन.

- जाड कागदाचे तीन तुकडे आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे बनवा.



त्या सर्वांची मिळून एक सममित आकृती बनविणे किती प्रकारे शक्य आहे?

प्रत्येक सममित आकृतीची (एक किंवा जास्त) सममितीय रेषा दाखवा.

आणखी तीन तुम्हांला हवे तसे आकार घ्या आणि हेच कोडे त्या तीन आकारांबाबत सोडवा.

**वि
ष
य**

संख्यांचे नमुने आणि गणित श्रेणी (Arithmetic progression)

- गणिती नमुन्यासाठी एक सुरुवातीची संख्या आणि पुढील संख्या लिहिण्याचा एक नियम असतो.
- गणिती नमुन्यातील प्रत्येक पद एका बैजिक सूत्राने बद्ध असते.

संख्यांच्या नमुन्यांचे शोधन

एका मोठ्या कागदावर उभ्या आडव्या रेषांनी रकाने बनवा. प्रत्येक रांगेतील रकान्यास आकृतीत दिले आहेत त्याप्रमाणे क्रमांक द्या. एक संख्या निवडा आणि पहिल्या रांगेत क्र. एक च्या, रकान्यात लिहा.

एक नियम ठरवा. उदा. मागील संख्येत तीन मिळवून नवी संख्या लिहिणे, अशा प्रकारे संबंध रांग भरा. ती अशी असू शकेल.

रांग क्र. १	1	2	3	4	5	6
रांग क्र. २	1	2	3	4	5	6
रांग क्र. ३	1	2	3	4	5	6
रांग क्र. ४	1	2	3	4	5	6

1	2	3	4	5	6
5	8	11	14	17	20

तसेच आणखी नवे नियम आणि संख्या भरणे हे करा. :

1	2	3	4	5	6
10	20	30	40	50	60

रकान्याचा क्रमांक आणि रकान्यातील संख्या यांतील नाते ठरवा. उदा.

क्र. संख्या

१ १०

२ २०

३ ३०

इ.

आता १०व्या रकान्यात कुठली संख्या असेल? १०० च्या रकान्यात? ११ व्या रकान्यात?
संख्याशास्त्रीय शोधन, गृहीतकांची चाचणी, आकडे-संग्रह जमविणे, विश्लेषण आणि
स्पष्टीकरण

वि

ष

य

संख्याशास्त्रीय शोधन

गृहीतक - चौथीच्या वर्गातल्या मुली मुलांपेक्षा सुदृढ आहेत.

पायरी क्र. १ - चौथीतल्या २० मुली आणि २० मुले अनियंत्रित (random) पद्धतीने निवडा.

पायरी क्र. २ - सुदृढता कशी तपासायची याचे निकष ठरवा. उदाहरणार्थ,

- एका मिनिटात किती पायऱ्या चढता येतात?
- एका मिनिटात किती बैठका काढता येतात?
- एका मिनिटात किती उड्या मारता येतात? किती उंचीच्या?
- दहा वेळा ऊठ-बस करण्यासाठी किती वेळ लागतो?
- उपक्रम सुरू करण्यापूर्वीचा नाडीचा वेग, उपक्रमानंतर लगेचचा वेग, एक मिनिटानंतरचा, पाच मिनिटानंतरचा, दहा मिनिटानंतरचा नाडीचा वेग.

पायरी क्र. ३ माहिती संकलनाची पद्धत ठरवा. मुलांसाठी आणि मुलींसाठी स्वतंत्र तक्ते बनवा.

पायरी क्र. ४ थांबा-घड्याळ (stop watch) इ. आवश्यक साधने जमवा. मुला-मुलींची सुदृढता चाचणी घेण्यासाठी योग्य असे स्थळ, वेळ, निवडा.

मुलीचे नाव	पायऱ्या चढणे	वर ओढणे	अडव्या मारणे	उठावसाचा वेळ
मेरी	२३	१२	१७	१०
ऐरा	२२	१३	१२	९
सूझन				

पायरी क्र. ५ - सर्व आकडे-संग्रह गोळा करून त्यांची नोंदणी करा. सर्व चाचण्या योग्य अवस्थेत घेतल्या गेल्याची खात्री करा. उदाहरणार्थ, मुलांची चाचणी दुपारी भर उन्हात आणि मुलींची संध्याकाळच्या गार हवेत, असे व्हायला नको. प्रत्येक मुलाची अगर मुलीची चाचणी एकाच क्रमाने, सारख्याच परिस्थितीत झाली तरच चाचणी योग्य आहे असे म्हणता येईल.

पायरी क्र. ६ - नोंदलेल्या माहितीची सरासरी,

माधिका, बहुलक, उड्यांची संख्या वगैरेचे विश्लेषण करा. मुलांच्या आणि मुलींच्या बाबतीत काही फरक आढळतात का? सर्वांची एकत्रित माहिती घेऊन सरासरी सुदृढता काढता येईल काय?

पायरी क्र. ७ - सर्व माहिती अशा तऱ्हेने मांडा की ज्यातून मुलांची आणि मुलींची माहिती यातला फरक (असल्यास) दिसू शकेल.

पायरी क्र. ८ - या माहितीचे स्पष्टीकरण द्या. मुला-मुलींच्या सुदृढतेबद्दल काय म्हणता येईल? प्रत्येक चाचणीच्या बाबतीत, एकंदर चाचणीबाबत?

पायरी क्र. ९ - निष्कर्ष काढा. आपले मूळ गृहीतक बरोबर आहे की चूक ते ठरवा.

चाचणी करण्यायोग्य इतर काही उदाहरणादाखल दिलेली गृहीतके.

- म्हातान्यांपेक्षा तरुण मंडळी जास्त साखरेचे पदार्थ खातात.
- मोठी विमाने लहान विमानांपेक्षा हवेत जास्त वेळ उडू शकतात.
- माणसाची उंची त्याच्या डोक्याच्या घेराच्या तिप्पट असते.
- चेंडू जेवढा मोठा, तेवढा तो जमिनीवर आपटल्यावर जास्त उंच उसळी घेतो.

अशा किंवा इतर कुठल्याही गृहीतकासाठी चाचणी करताना खालील पायऱ्या काळजीपूर्वक योजिल्या पाहिजेत.

- प्रयोग संचाची निवड
 - चाचणीसाठी किती व्यक्ती, विमाने, चेंडू इत्यादी निवडाल?
 - तुमची माहिती अचूक बनवण्यासाठी प्रयोगात सामील केलेला संच कसा निवडाल?
 - शोधनाची सुयोग्य पद्धत निवडा
 - प्रत्यक्षात घडणाऱ्या गोष्टींची पाहणी करणार का?
 - नमुने, त्यांचे गुणधर्म इ. तपासण्यासाठी वाचनालयात अगर इतरत्र स्वतंत्र संशोधनाची गरज पडेल काय?
 - रोजच्या आहारात साखर किती असते इ. विचारण्यासाठी प्रश्नावली बनवावी लागेल काय?
 - भिन्न आकाराचे चेंडू एकाच उंचीवरून टाकून त्यांच्या उसळ्या मोजणे इ. काही प्रयोग ठरवाल?
 - वाचनीय स्वरूपात मिळालेला आकडे-संग्रह कसा नोंदवायचा ते ठरवा.
 - मिळविलेला आकडे-संग्रह पूर्वग्रहावर आधारित नसणार आणि अचूक असणार याची काळजी घ्या.
 - आकडे-संग्रहाच्या तौलनिक अभ्यास आणि विश्लेषणासाठी योग्य अशी संख्याशास्त्रीय मापने निवडा.
- सरासरी, माध्यिका किंवा बहुलक यांपैकी काय निवडणार?
- आकड्यांसाठी कमाल व किमान अशा परिसीमा वापराल काय? विचलनाचा मानक म्हणून उपयोग कराल काय?
- साररूपाने आकडे-संग्रहाची मांडणी कशी करायचे ते ठरवा.
 - आलेख, रेषात्मक किंवा वाटोळा तक्ता इ. पैकी काही निदर्शक वापरणार काय?
 - तुमच्या शोधनातून मिळालेल्या निष्कर्षांचे सैद्धांतिक स्पष्टीकरण द्या.
 - या सर्वांचा सारांश मांडा.

गृहीतक बरोबर आहे की चूक? ते कधी कधी बरोबर असते काय? कोणत्या कारणांमुळे? इ.

प्रकरण दुसरे
.....

संसाधने आणि शिक्षण - सामग्री

विद्यार्थ्यांचा शैक्षणिक विकास घडवून आणण्यासाठी तुम्ही संसाधने आणि प्रायोगिक उपक्रम कसे वापराल हे या प्रकरणात आपण पाहू. बाटल्यांची टोपणे, काड्यापेटीत असतात तशा काड्या, लाकडी चिपा, दोरा इ. सामान्य संसाधनांच्या साहाय्याने आपण गणिती संकल्पना आणि आकडेमोडीचे कौशल्य कसे वाढवू शकतो याची काही उदाहरणे पाहू.

संसाधने आणि शिक्षण सामग्री यांचा वापर का करावा?

या प्रश्नाचा विचार काही वेळ करा.

संसाधने, प्रयोग साहित्य, शिक्षण सामग्री याचा वर्गात वापर करण्याचे काय फायदे आणि काय अडचणी असतील? तुम्हाला या विषयावर जे काही सुचले असेल त्याची खालील यादीशी तुलना करून पहा.

फायदे

विद्यार्थ्यांचा सक्रिय सहभाग
विद्यार्थी प्रेरित होतात
संकल्पनांना भरीव रूप मिळते
प्रत्यक्ष व्यवहारातील गणित पहायला मिळते
एका विषयातील अनेक पद्धती दिसतात
प्रत्यक्ष हाताळण्याचा अनुभव मिळतो
सामूहिक काम करण्याची कला अवगत होते
भाषा शिकण्याच्या संधी मिळतात.

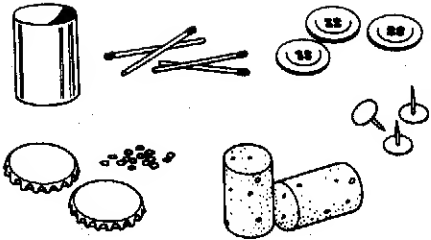
तोटे किंवा अडचणी

उपक्रमाच्या नियोजनातील समस्या
कामकाजावर देखरेख ठेवणे
कार्य योजना बनवावी लागणे
मूल्यांकनातील अडचणी
वस्तू सांभाळण्याचा प्रश्न पडतो
वर्गात शांतता राखण्याचा प्रश्न बनतो.
शिस्त राखणे कठीण होऊ शकते.

एकूणच फायदे आणि तोटे यांच्या मोजमापनात फायद्यांचे पारडे जड होते. मुलांच्या विकासासाठी संसाधने आणि शिक्षण सामग्री वापरणे हेच योग्य आहे असे लक्षात येते. शिक्षकांसाठी नियोजन, देखरेख ठेवणे, शिस्त सांभाळणे या मुख्य अडचणी आहेत. यांचा विशेष विचार आपण पाचव्या प्रकरणात करणार आहोत.

कोणती संसाधने वापरावीत?

काटक्या, बुचे, बाटल्यांची टोपणे, कापड, आगकाड्या, लिफाफे, शंख, शिपले, दोरा, रबरी ताणके (rubber bands), पिना, मणी, बुटांचे बंद, जुनी नाणी, बिया, भांडी कुंडी, धुणी वाळवायची दोरी, जुने वर्तमानपत्र, मासिके, कागद, जाड कपटे किंवा कार्डबोर्ड, लाकडी ओंडके, जुना कागदी पेटीचा पुठ्ठा, चिकण माती, पत्र्याची भांडी, पिशव्या, बाटल्या, माणसे आणि सर्वात महत्वाचे म्हणजे विचार करणारे मन ही सर्व संसाधने कामी येतील.



यापेक्षाही अधिक आणि वेगळी संसाधने तुम्हाला शाळेच्या आवारात किंवा गाव वस्तीत मिळतील.

संसाधने तयार करणे.

काही संसाधने बनवायला किचकट असतात; पण टिकाऊ असतील तर बनवायला हरकत नाही. काही संसाधने चटकन बनतात आणि तरीही टिकाऊ असतात. मात्र काही संसाधने एकदाच वापरता येतात. ती बनविण्यात वेळ घालवावा की नाही हे तुम्हाला विचारांती ठरवावे लागेल. तुम्हाला हेही ठरवायला हवे की एका प्रकारची किती संसाधने लागतील? या संख्येत काही क्लृप्ती वापरून बचत करता येते का? यासाठी वर्गाची रचना बदलावी लागेल. एका वेळी फक्त मुलांचा लहानसा गटच काम करू शकेल. संसाधने बनविण्यात काही मदत तुम्हाला वापरता येते. उदाहरणार्थ-

- मुलांनी स्वतःसाठी स्वतःची प्रतिकृती बनवावी.
- गणित क्लबात एक उपक्रम म्हणून मुलांकडून संसाधने बनवून घ्यावीत.
- सहकाऱ्यांबरोबर एखादी कार्यशाळा योजावी व तेथे संसाधने बनवावीत. इतर शिक्षकांना ती संसाधने वापरायला मिळावीत म्हणजे कामाची विभागणी होईल व जास्त संसाधने बनतील.
- गावातील हौशी व्यक्तींना शाळेत बोलवावे आणि त्यांची मदत घ्यावी.
- स्वतःचा दिनक्रम बनवा. दर सत्रात एक अशी काही संसाधने बनवा आणि हळूहळू त्यांची एक पेढी बनवा.

संसाधने सांभाळून ठेवण्याची एक पद्धत बनवा. ती सहज उपलब्ध असायला हवीत आणि पुन्हा पुन्हा वापरता यायला हवीत. वर्गाच्या सुरुवातीस आणि वर्ग संपल्यावर संसाधनांची देखरेख ही एका मुलाची जबाबदारी असायला हरकत नाही.

पुढील काही पानांवर गणिताच्या काही विषयांची सुरुवात करताना संसाधनांचा उपयोग कसा करावा या विषयीचा तपशील दिला आहे.

बाटल्यांची टोपणे वापरणे.



परावर्तन

- आरशाच्या पाठीमागच्या बाजूस समोरच्या बिंदूची प्रतिमा सारख्याच अंतरावर असते.

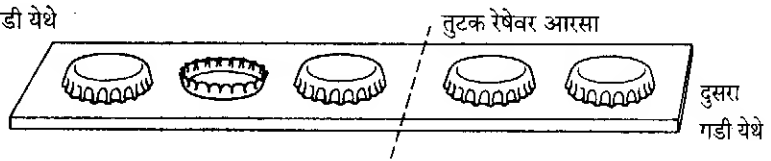
उपक्रम

कागदाच्या एका पट्टीवर पाच टोपणे चित्रात दाखविल्याप्रमाणे ठेवा.

आवश्यक साधने :

- बाटलीची टोपणे
- लहान आरसे
- पुठ्याचा बोर्ड

एक गडी येथे



चित्रात दाखविलेल्या रेषेवर एक आरसा ठेवा. पट्टीच्या दोन बाजूला दोन मुलांना बसवा. प्रत्येकास विचारा, तुला काय दिसते? समोरच्या मुलाला काय दिसत असेल? आरशांची रेषा बदला. आता मुलाला काय दिसते? दुसऱ्या मुलास काय दिसत असेल?

हाच प्रयोग टोपणांची जागा, संख्या, रंग बदलून करा.

वि
ष
य

अनुमान

- कुठल्याही दोन लांबी मापनाच्या एककांची तुलना करता येते. जसे, एक मीटर आणि एक सेंटीमीटर, इंच, हाताची रूंदी इ.

उपक्रम

अनुमान करण्यासाठी वर्गात मुलांचे गट बनवा. प्रत्येक गटाने अनुमानात्मक अशी प्रश्नावली बनवावी.

उदाहरणार्थ- बाटलीच्या किती टोपणांनी एक कप भरेल? एक भांडे? एक बादली? एक ट्रक?
टोपणांनी भरलेल्या एका ट्रकचे वजन किती भरेल?

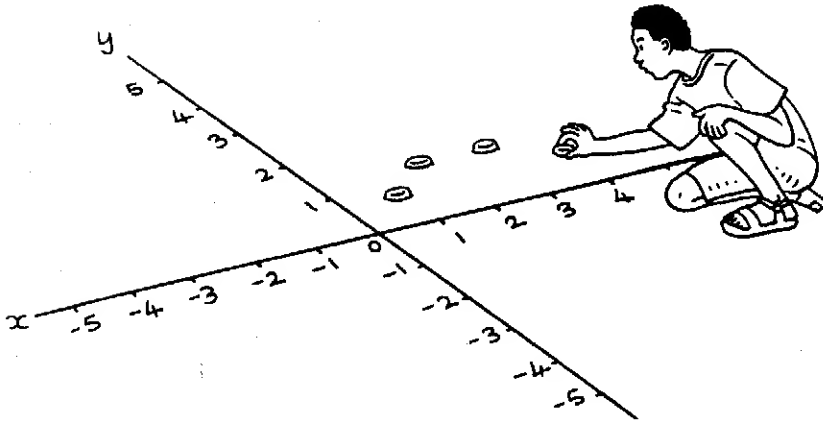
एकाला जोडून एक अशी टोपणे ठेवल्यावर किती टोपणांची लांबी एक मीटर होईल? एक किलोमीटर? वर्गाची लांबी?

प्रत्येक गटाने आपल्या प्रश्नांच्या उत्तरांची किमान आणि कमाल अशी परिसीमा बनवावी. ज्या गटाची अनुमाने सर्वात जास्त बरोबर तो गट जिंकेल.

वि
ष
य

निर्देशांकाच्या जोड्या आणि रूपांतरण

- एका प्रतलात x आणि y अक्षांच्या रेषा काढून निर्देशक जोड्यांनी बिंदू दाखविता येतात. ज्या बिंदूची निर्देशक जोडी $(2, 3)$ आहे तो मूळ बिंदू (origin) पासून x अक्षाच्या दिशेने २ एकक अंतरावर आणि y अक्षाच्या दिशेने ३ एकक अंतरावर असतो.
- रूपांतर करताना विशिष्ट नियम वापरून वापरून हालचाल किंवा आकार बदल केला जातो.



निर्देशांकाविषयीचा उपक्रम

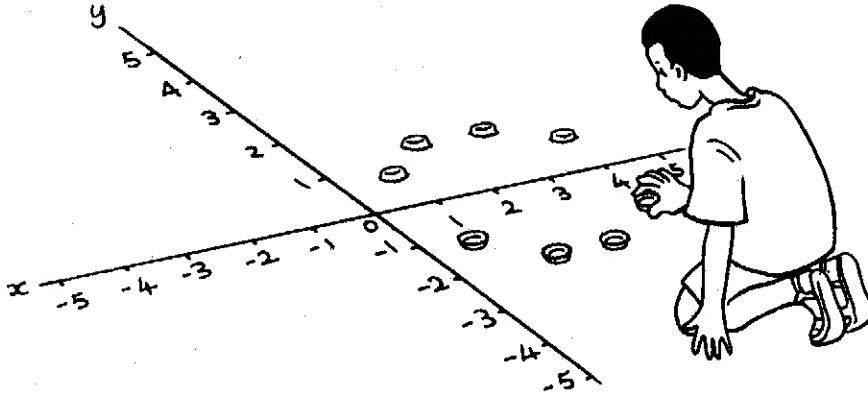
जमिनीवर किंवा एका मोठ्या कागदावर उभी आणि आडवी अशा अक्षदर्शक रेषा काढा. त्यांना x आणि y अक्ष अशी नावे द्या आणि अंतरदर्शक आकडे प्रत्येक अक्षावर लिहा. चार टोपणे ठेवून एक चौकोन बनवा आणि प्रत्येक टोकाच्या निर्देशक जोड्यांची नोंद करा. असेच आणखी चौकोन करा आणि त्यांच्याही प्रत्येकी चार शिरोबिंदूचे निर्देशक नोंदवा.

या सर्व चौकोनांचे चौरस, आयत,

समभुज चौकोन, समांतरभुज चौकोन, समांतर द्विभुज चौकोन इ. वर्गीकरण करा.

उपक्रम - रूपांतरण

- परावर्तन (Reflection) : आरशाच्या दुसऱ्या बाजूस एका बिंदूची प्रतिमा सारख्याच अंतरावर असते.



बाटल्यांची चार टोपणे चपटी बाजू वर अशा स्थितीत चार बिंदूपाशी ठेवून चौकोन बनवा. चारी कोनबिंदूंचे निर्देशक नोंदवा. आता आणखी चार टोपणे कंगोरेदार बाजू वर अशा स्थितीत x अक्ष आरसा कल्पून आरशातील प्रतिबिंबाच्या जागी ठेवा आणि नवा चौकोन बनवा. त्याही बिंदूंचे निर्देशक नोंदवा. आता या दोन चौकोनांच्या शिरोबिंदूंच्या निर्देशकांची तुलना करा. हा प्रयोग इतर अनेक चौकोन बनवून पुन्हा पुन्हा करून पहा. प्रत्येक वेळी संगत बिंदूंच्या निर्देशकांची तुलना करा. आरशाची जागा x ($y=0$) अक्षाऐवजी

y ($x=0$) अक्ष वापरून, तसेच दोहोंशी सारखाच कोन करणारी $y=x$ ही रेषा वापरून पुन्हा हाच प्रयोग करा.

■ **चक्रीय गती :** या हालचालीत एका केंद्राभोवती सर्व बिंदू सारख्याच कोनातून सरकतात.

बाटल्यांची टोपणे ठेवून एक आकार बनवा. सर्व बिंदूंचे निर्देशक नोंदवा. आता प्रत्येक टोपणाची घड्याळाच्या भ्रमण दिशेने 90° अंशातून $(0,0)$ भोवती चक्रीय भ्रमण झाल्यावर मिळणारी प्रतिमा असेल त्या ठिकाणी उलट बाजूने टोपणे ठेवा. या नव्या बिंदूंचे ही निर्देशक नोंदवा. मूळ बिंदू आणि त्याची प्रतिमा यांच्या निर्देशकांची तुलना करा. अशा अधिक आकृती घ्या आणि सर्व बिंदूंच्या प्रतिमा काढा, मूळ बिंदू आणि त्याची प्रतिमा यांच्या निर्देशक जोड्यांमध्ये काही नाते सापडते का याचा तपास करा.

आता $(0,0)$ भोवती 90° अंशातून विरुद्ध दिशेने भ्रमणाच्या बाबतीत हाच प्रयोग करा. तसेच 180° अंशातून भ्रमणाच्या बाबत करा.

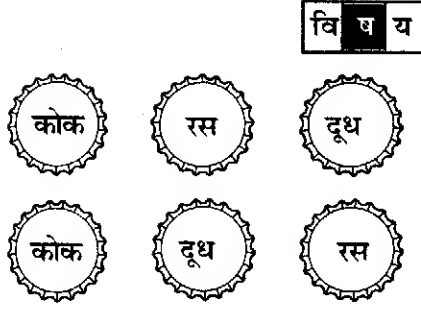
■ **वृद्धिकरण :** एका विशिष्ट गुणकाने प्रत्येक आकाराचे वृद्धिकरण होते. या गुणकाएवढ्या पटीने प्रत्येक लांबी मोठी होते.

पटावर टोपणे ठेवून एक आकार बनवा. सर्व शिरोबिंदूंचे निर्देशक नोंदवा. नवी टोपणे अशी ठेवा की प्रत्येक जुन्या टोपणाचे मूळ बिंदूपासूनचे अंतर दुप्पट असेल. या सर्व बिंदूंचे निर्देशकही नोंदवा. संगत जोड्यांची तुलना करून पहा. याच दुप्पट वृद्धिकरणाच्या तत्त्वाने आणखी काही आकार बनवा आणि निर्देशक जोड्यांपासून काही शोधन करता येते का ते ठरवा.

आता वृद्धिकरणाचा गुणक 5 , $1/2$, -2 असा घ्या आणि हेच करून पहा,

■ **स्थानांतरण : (Translation)** या हालचालीत सर्व बिंदू एका विशिष्ट दिशेने सारख्याच अंतरावर स्थानांतरण करतात.

वरील प्रमाणेच टोपणे ठेवून, बिंदूंचे निर्देशक नोंदणे, स्थानांतरित बिंदूंचेही निर्देशक नोंदणे आणि त्या जोड्यांपासून काही नियम बनविता येतो का ते पाहणे हे सर्व करा. स्थानांतराच्या निरनिराळ्या दिशा आणि अंतरे घ्यायला विसरू नका.



संयोजन (Combinations)

■ संयोजन या सर्व प्रकारांची रीतसर यादी करता येते.

उपक्रम

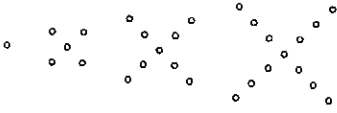
■ दिलेल्या तीन टोपणांची एका रांगेत रचना किती प्रकारे होऊ शकते? हाच प्रयोग टोपणांची संख्या बदलून करा.



वाढीव श्रेणी, गणित श्रेणी, भूमिती श्रेणी

- ज्या श्रेणीतील पुढचे पद मागील पदात काही वाढ करून लिहिले जाते तिला 'वाढीव श्रेणी' म्हणावे.
- ही वाढ बीजगणिताने दाखविता येते.
- गणित श्रेणीत दर वेळी सारखीच वाढ असते.
- भूमिती श्रेणीत वाढीचा टक्केवारी दर सारखाच असतो.

उपक्रम



नमुना #१

टोपणांच्या साहाय्याने दिलेली आकृती बनवा.

प्रत्येक नमुन्यात किती टोपणे वापरली आहेत? दर वेळी नव्या नमुन्यात किती जास्त टोपणे आहेत? प्रत्येक पदातील टोपणांची संख्या मोजून पुढील विधान पूर्ण करा.

पद 1: 1, पद 2: 1 + -, पद 3: 1 + - + -, पद 4: 1 + - + - + -

वरील नियम बीजगणितीय भाषेत पद क्र. n साठी लिहा.

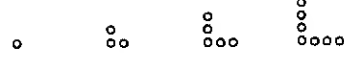
पुढील आकृतीतील प्रत्येक नमुन्याच्या पदांसाठी टोपणे वापरा. प्रत्येक बाबतीत पुढील शोधन करा.

- प्रत्येक पदातील टोपणांची संख्या
- मागील पदाच्या मानाने नव्या पदासाठी लागणाऱ्या जादा टोपणांची संख्या

या वाढीचा बैजिक नियम लिहा.

पाचव्या, आठव्या आणि n व्या पदातील टोपणांची संख्या किती ते लिहा. प्रत्येक बाबतीत ही गणित श्रेणी किंवा भूमिती श्रेणी आहे का ते ओळखा.

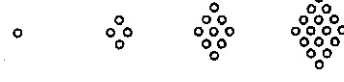
नमुना - २



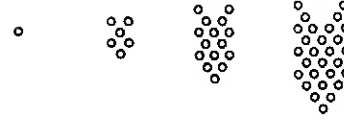
नमुना - ३



नमुना - ४



नमुना - ५



काही वाढीव श्रेणी स्वतः बनवा आणि त्यांचे वरील प्रकारे शोधन करा.

वि
ष
य

बिंदुपथ

- विशिष्ट नियमाचे पालन करणाऱ्या सर्व बिंदूंचा मिळून एक बिंदुपथ बनतो.
- एका दिलेल्या बिंदूपासून (किंवा सरळ रेषेपासून किंवा दोन रेषांपासून किंवा एक रेषा आणि एक बिंदू यांपासून इ.) दिलेल्या सारख्याच अंतरावरील सर्व बिंदू असा हा नियम असू शकेल.

आवश्यक साधने

- बाटल्यांची टोपणे.
- खडू.

उपक्रम

- एक टोपण सुलट बाजूने जमिनीवर ठेवा. आता आणखी टोपणे उलट बाजूने या टोपणापासून विशिष्ट अंतरावर ठेवा.
- जमिनीवर एक सरळ रेषा काढा. तिच्यापासून सारख्याच अंतरावर टोपणे ठेवा.
- दोन टोपणे सुलट बाजू वर अशी ठेवा. आता इतर टोपणे उलट बाजू वर करून अशी ठेवा की ती दोन्ही सुलट टोपणांच्या बिंदूपासून सारख्याच अंतरावर असतील.
- दोन छेदनाच्या रेषा जमिनीवर काढा. आता टोपणे अशी ठेवा की प्रत्येक टोपण दोन्ही रेषांपासून सारख्याच अंतरावर असेल.
- प्रत्येक बाबतीत मिळणाऱ्या बिंदुपथाचे वर्णन करा.

काड्यांचा वापर

वाढ नमुने

वि
ष
य

- जर एका संख्या श्रेणीत प्रत्येक पद मागच्या पदापेक्षा काही संख्येने जास्त असेल तर त्यास 'वाढीव नमुना' म्हणतात.

- पदात होणारी वाढ बैजिक सूत्राने दाखविता येते.
- नमुन्यातील सर्व पदे बैजिक सूत्राने दाखविता येतात.

उपक्रम

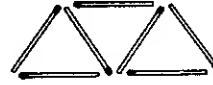
आगकाड्या किंवा डहाळ्या वापरून पुढील त्रिकोणात्मक आकृती बनवा.



पद १



पद २



पद ३



पद ४

नमुन्यातील प्रत्येक पदात किती त्रिकोण आणि किती काड्या आहेत?

पाचव्या पदात किती त्रिकोण असतील? आठव्या? साठव्या? n व्या?

पाचव्या पदात किती काड्या असतील? आठव्या? साठव्या? n व्या?

पदातल्या काड्या आणि त्रिकोण यांच्यातील नाते काय असेल याचा शोध घ्या.

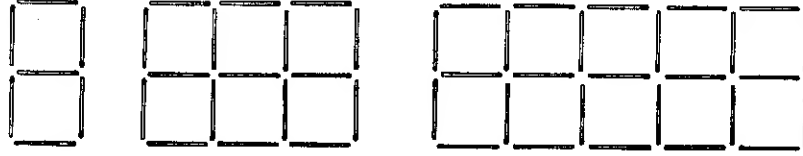
पुढील दोन आकृतीतील चौरस आणि काड्यांची संख्या यांतील नाते शोधा.

नमुना १



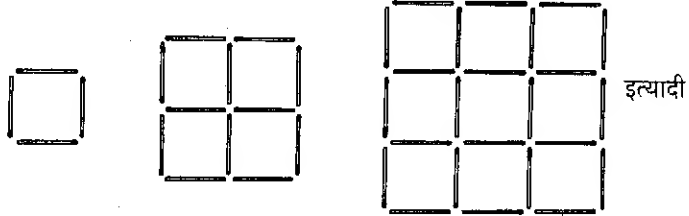
चित्र २.६

नमुना २

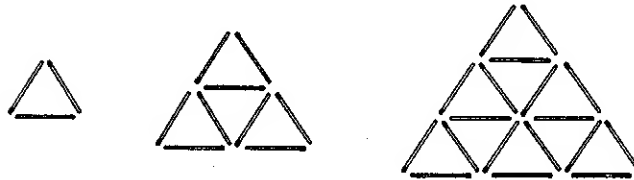


• द्विघाती (Quadratic) नमुने

$1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, n \times n$ अशा चौरसात किती काड्या बसतात?



• $n \times n \times n$ अशा खालील त्रिकोणात किती काड्या बसतील?



• अशी काड्यांची संख्या आहे काय ज्या वापरून त्रिकोणी आणि चौरस असे दोन्ही नमुने बनवता येतील?



क्षेत्रफल आणि परीघ

- क्षेत्रफल म्हणजे प्रतलीय आकृतीतील अवकाशाचे मापन.
- परिघ म्हणजे प्रतलीय आकृतीच्या बाह्य सीमेवरील अंतराचे मापन.

उपक्रम

- सारख्याच संख्येने काड्या वापरून आयत बनवा.
 - एका आयताचे क्षेत्र दुसऱ्याच्या दुप्पट असे दोन आयत बनवा.
 - एका आयताचे क्षेत्र दुसऱ्याच्या चौपट असे दोन आयत बनवा.
- सारख्याच संख्येने काड्या वापरून असे चौकोन बनवा की एकाचे क्षेत्र दुसऱ्याच्या तिप्पट असेल.

मापनाची मानक (standard) आणि अमानक (non-standard) एकके



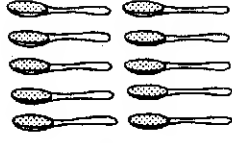
- लांबी, क्षेत्रफल, घनफल, वस्तुमान, क्षमता, तापमान आणि वेळ यांचे आपण मापन करू शकतो.
- अमानक एकके ठिकठिकाणी बदलतात.
- मानक एकके सामान्यपणे सर्वत्र सारखीच असतात.
- बहुतेक देशांत दशांश मापन पद्धतीचा उपयोग प्रचलित आहे.

मापनाची मानक एकके

लांबी	मीटर, मिलीमीटर, किलोमीटर
क्षेत्र	चौरस किलोमीटर, हेक्टर
घनफल	घनमीटर, घनसेंटीमीटर.
वस्तुमान	ग्रॅम, किलोग्रॅम, टन
क्षमता	लिटर, मिलिलीटर
तापमान	सेल्सियस अंश
वेळ	सेकंद, मिनिट, तास, दिवस.

अमानक मापनाची एकके शोधण्याचे उपक्रम.

- चौघांच्या गटात अमानक अशी लांबीची एकके ठरवा. उदा. वहीची लांबी, वीतभर लांबी इ. काही वस्तूंची (जसे दरवाजाची लांबी, खिडकीची लांबी आणि रूंदी, मित्रार्च अगर मैत्रिणीची उंची इ.) या एकाकांत लांबी काय असेल याचा अंदाज करा आणि मग प्रत्यक्ष मोजा.
- वेगवेगळ्या लांबीच्या लाकडी धलप्या अगर डहाळ्या वापरून काही अंतरे मोजा. कुठल्या मापनासाठी यांतील सर्वात चांगले एकक कोणते ते ठरवा. का ते कारण द्या.
- वेगवेगळ्या क्षमतेची काही भांडी घ्या. जसे टिनपाट, बाटली, चहाचा प्याला यांचा उपयोग करून निरनिराळ्या द्रव आणि घन वस्तूंचे घन मापन करा. जसे पाणी, वाळू इ.
- वस्तुमान मापनासाठी कोणते अमानक एकक योग्य असेल?
- गावातल्या बाजारात कोणते अमानक माप प्रचलित आहे?



१० चमचे १ कप भरतात



साडेतीन वाटल्यांची १ वादली भरली



मानक एककांचे शोधनाचा उपक्रम

- एक, पाच, दहा आणि शंभर सें.मी. लांबीच्या काही काठ्या बनवा. त्यांचा उपयोग करून काही लांब्या मोजा. कुठल्या वस्तूसाठी कुठले एकक चांगले आहे असे वाटते? का?

उपक्रम : मानक आणि अमानक मोजमापांचे तौलनिक शोधन

- काही मानक एककांची अमानक एककांशी तुलना करा. उदा. किती कप पाणी एक लीटरमध्ये बसेल? किंवा एक मीटर मध्ये किती विती बसतात?
- यातली कुठली अमानक मापने विशेष उपयोगी आहेत असे वाटते? काही उपयुक्त अमानक मापे आणि मानक मापे यांचे कोष्टक बनवा.

रंगीत छड्यांचा उपयोग करणे (मुलांना मारण्यासाठी नाही)

वि

ष

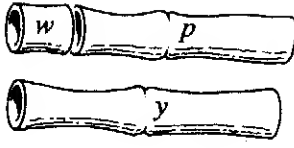
य

बैजिक परिचालन

- संतुलने $2(3a + b) = 6a + 2b = 3a + b + 3a + b = \dots$, इ. इ.
- सामान्य प्रघात : जसे $a + a + a = 3a$, $3b - 2b + 5b = 6b$ इ.
- सारखी पदे एकत्र करणे आणि सुलभीकरण $2a + 3b + 4a + c = 6a + 3b + c$ इ.
- बेरीज-वजाबाकी नियम : $a + b = c$, $a = c - b$, $b = c - a$ ही सर्व समान विधाने.
- वजाबाकी $a - (b \pm c) = a - b \mp c$ इ.
- क्रमविनिमेयत्व (Commutativity) $a + b = b + a$ परंतु $a - b = b - a$ नाही.
- सहचरण (Associativity) $a + (b + c) = (a + b) + c$, $a - (b - c) = (a - b) - c$ नाही.
- कंस आणि गुणाकाराचा नियम $3(2a + b) = 6a + 3b$ इ.
- गुणक पाडणे (Factors) $4a + 2b = 2(2a + b)$ इ.

रंगीत छड्या बनविणे वेळकाढू काम आहे पण बऱ्याच उपक्रमात त्यांचा उपयोग करता येतो. तसेच त्या टिकाऊ असतात आणि संबंध गणित विभागास त्यांचा उपयोग होऊ शकतो. शक्य तो वेताच्या किंवा बाभळीच्या सरळ छड्या (शक्य तो एकाच व्यासाच्या) बनवा. त्या कापून अशा रंगवा की तुमच्याकडे किमान पुढील संख्येने काठ्या असतील.

50 w	1 सें.मी. लांबीच्या पन्नास पांढऱ्या छड्या
50 r	2 सें.मी. लांबीच्या पन्नास लाल छड्या
40 g	3 सें.मी. लांबीच्या चाळीस फिकट हिरव्या छड्या
40 p	4 सें.मी. लांबीच्या चाळीस गुलाबी छड्या
40 y	5 सें.मी. लांबीच्या चाळीस पिवळ्या छड्या
40 d	6 सें.मी. लांबीच्या चाळीस करड्या रंगाच्या छड्या
30 b	7 सें.मी. लांबीच्या तीस काळ्या छड्या
30 t	8 सें.मी. लांबीच्या तीस तपकिरी छड्या
30 B	9 सें.मी. लांबीच्या तीस निळ्या छड्या
20 O	10 सें.मी. लांबीच्या वीस नारिंगी छड्या



उपक्रम क्र. १

दोन किंवा अधिक छड्या किंवा काठ्या एकास एक जोडून ठेवल्यास तिला काठ्यांची गाडी असे आपण म्हणू. एक पांढरी आणि एक गुलाबी काठी यांच्या गाडीची लांबी एका पिवळ्या काठीएवढी भरेल.

एका पिवळ्या काठीएवढ्या लांबीच्या सर्व गाड्या बनवा आणि उत्तरांची यादी बनवा. असेच पिवळ्या प्रमाणे इतर रंगांच्या बाबतीत करा.

उपक्रम २

या उपक्रमात काठ्यांच्या गाडीस बेरीज आणि मोठ्या काठीवर छोटी म्हणजे वजाबाकी असे समजा. (आकृती पहा)

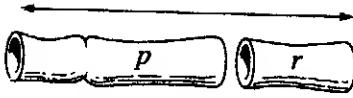
$$\boxed{p} \quad \boxed{r} \quad \text{याचा अर्थ } p + r$$

$$\boxed{r} \quad \longleftrightarrow \quad \text{याचा अर्थ } p - r$$

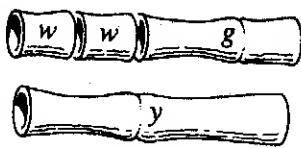
$$\boxed{p}$$

खालील प्रश्नांची उत्तरे एका काठीने दाखवा.

प्रश्न ८



प्रश्न २१



१० प्रकरण २

- 1 $t - p = \square$
- 2 $g + r + y = \square$
- 3 $\square + r = y$
- 4 $y - \square = g$
- 5 $t = r + \square$
- 6 $O - t = \square$
- 7 $y + g - d = \square$
- 8 $\square = r + p$
- 9 $t - y = \square$
- 10 $g + r = \square$
- 11 $y - r = \square$
- 12 $y - (r + r) = \square$
- 13 $(y + r) - g = \square$
- 14 $y - (r + \square) = r$
- 15 $y - g - \square = w$
- 16 $w + r + \square = p$
- 17 $t - (\square + w) = g$
- 18 $\square - (b + r) = w$
- 19 $p - g = \square$
- 20 $w + g + g + \square = B$
- 21 $2w + g = \square$
- 22 $w + 3g = \square$
- 23 $4w + 2g = \square$
- 24 $y + r = 2r + w + \square$
- 25 $d = \square + w$
- 26 $\square = g + d$
- 27 $B - (2r + p) = \square$
- 28 $y = 3w + \square$
- 29 $w + \square + y = b$
- 30 $O - 2r = \square$
- 31 $d + (b - 2g) = \square$
- 32 $w + r + \square + w = y$
- 33 $g + p = \square$
- 34 $B - b + r = \square$
- 35 $\square = O - (2r + g)$
- 36 $b - \square = r$
- 37 $b - (w + \square + g) = r$
- 38 $3y - 2p = \square$
- 39 $B - 2\square = g$
- 40 $y - 4\square = w$
- 41 $O - 3\square = p$
- 42 $3y - 2(r + w) = \square$
- 43 $3y - 2r - 2w = \square$
- 44 $3y - 2r = \square + 2w$
- 45 $3y = \square + 2w + 2r$
- 46 $\frac{1}{2} \text{ of } (3y - \square) = r + w$

उपक्रम ३

खालील विधाने बरोबर की चूक ते ठरवा.

1 $r + g = g + r$

2 $w + r + g = r + w + g$

3 $3r = r + 2r$

4 $y - r = r - y$

5 $r + (p + y) = (r + p) + y$

6 $b - (r + w) = b - r - w$

7 $b - 2r = b - r - r$

8 $(b + y) - p = b + (y - p)$

9 $(t - p) - w = t - (p - w)$

10 $3y - 2p = (2y - p) + (y - p)$

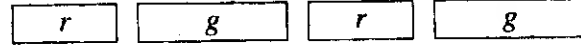
वरील प्रमाणे तुम्ही काही चाचण्या बनवा.

उपक्रम ४

लाल आणि फिकट हिरव्या काठ्या जोडून एक गाडी (आर+जी) बनवा.



आणखी एक लाल आणि फिकट हिरवी काठी या गाडीस जोडा.



म्हणजे आपण $r+g$ च्या दोन जोड्या वापरल्या किंवा आपली गाडी $2(r+g)$ झाली आहे.

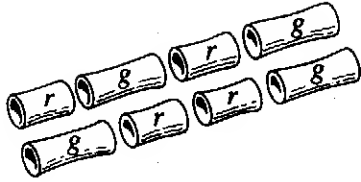
पण त्याच काठ्या आपणास आकृतीप्रमाणे जोडता येतात.



$r + r + g + g$ किंवा $2r + 2g$



$g + 2r + g$



या सर्व पदावली मध्ये त्याच काठ्या वापरल्या आहेत म्हणजे सर्व सममूल्य राशी आहेत. म्हणजेच आपण असे लिहू शकतो :

$$\begin{aligned} 2(r + g) &= r + r + g + g \\ &= 2r + 2g \\ &= g + 2r + g \end{aligned}$$

- $2(r+g)$ याच राशीस आणखी शक्य तेवढ्या वेगळ्या प्रकारे लिहा.
- खालील राशी काठ्यांच्या गाड्या करून दाखवा आणि जमेल तेवढ्या वेगळ्या स्वरूपात लिहा.

1 $2(g + p)$

2 $3(g + y)$

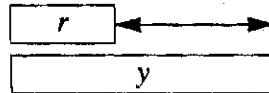
3 $3(2w + g)$

4 $2(3r + 2p)$

5 $3(g + 2p + 3r)$

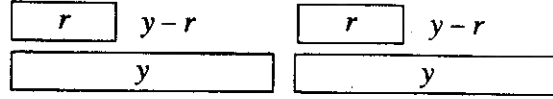
उपक्रम ५

वजाबाकी करायची असेल तर असेच काही करता येईल. $y-r$ ही राशी अशा पद्धतीने लिहिता येईल.

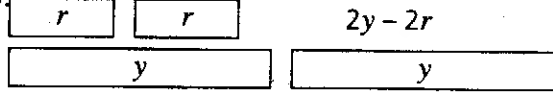


$y - r$

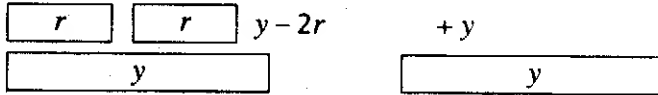
हेच दोन वेळा करण्याने खालील गाडी तयार होते.



ही राशी $(y-r) + (y-r)$ किंवा $2(y-r)$ अशा स्वरूपात लिहिता येईल. वरच्या आणि खालच्या काठ्या तशाच जागी ठेवून पण रचना बदलून आपणास पुढील आकृती मिळेल.



किंवा आणखीही दुसरी आकृती मिळेल.



या सर्व सममूल्य राशी खालील पदावलींनी दाखविता येतील.

$$\begin{aligned} & (y-r) + (y-r) \\ & 2(y-r) \\ & 2y-2r \\ & y-2r+y \end{aligned}$$

- या आकृतीसाठी वर दिलेल्या शिवाय आणखी सममूल्य राशी लिहिता येतील काय? लिहा.
- खालील सर्व रचना रंगीत काठ्यांच्या साहाय्याने करा. प्रत्येक बाबतीत जेवढ्या शक्य आहेत तेवढ्या पुनर्रचना करा आणि त्या सर्व सममूल्य राशी लिहून काढा.

- | | | | |
|---|-----------|---|------------|
| 1 | $2(b-p)$ | 4 | $3(2y-g)$ |
| 2 | $3(y-r)$ | 5 | $3(4y-3g)$ |
| 3 | $2(2g-r)$ | | |

उपक्रम ६

तुम्ही हे पाहिलेले आहे की $2(r+g) = 2r + 2g$

$2(r+g)$ पासून $2r + 2g$ कडे जाण्याच्या प्रक्रियेस गुणाकार करणे असे आपण म्हणतो.

आपण $2r + 2g$ पासून $2(r+g)$ कडे जातो त्या प्रक्रियेस गुणक पाडणे असे म्हणतो.

या विशेष सममूल्य राशी आहेत. खालील प्रक्रियांसाठी काठ्या वापरून अगर काठ्या न वापरता उत्तर काढा.

- गुणाकार करा.

- | | | | |
|---|-----------|----|---------------|
| 1 | $3(y+b)$ | 6 | $5(3p-y)$ |
| 2 | $2(3p+w)$ | 7 | $4(3b+2g)$ |
| 3 | $4(2y+B)$ | 8 | $3(2y+r-g)$ |
| 4 | $3(g+w)$ | 9 | $5(3t-2b)$ |
| 5 | $3(4w-g)$ | 10 | $4(3p+2w-3g)$ |

● गुणक पाडा.

- | | | | |
|---|-----------|----|----------------|
| 1 | $2g + 2w$ | 6 | $4y + 6p$ |
| 2 | $3g - 3r$ | 7 | $5y - 5w$ |
| 3 | $3b - 6w$ | 8 | $6g + 9w$ |
| 4 | $4g + 2w$ | 9 | $2p + 4g + 6r$ |
| 5 | $3t + 9r$ | 10 | $3y - 6g + 3p$ |

● काठ्या न वापरता खालील राशी सममूल्य स्वरूपात लिहा.

- | | | | |
|---|--------------|----|-----------------------------|
| 1 | $2(x + y)$ | 6 | $x + 2y + 3x + 5y$ |
| 2 | $3(x + y)$ | 7 | $2x + 3y - x - y$ |
| 3 | $2(3x + y)$ | 8 | $3y + 7x - y - 3x$ |
| 4 | $3(2x - y)$ | 9 | $x + y + 4x - 2y + 2y + 3y$ |
| 5 | $5(2x + 3y)$ | 10 | $3x - y + 2x + 6y$ |

उपक्रम ७

● समीकरणात योग्य ठिकाणी योग्य राशी लिहून सोडवा.

- | | | | |
|----|----------------------------|----|------------------------------|
| 1 | $g + r + y = \square$ | 14 | $b - (w + \square + g) = r$ |
| 2 | $y + g - d = \square$ | 15 | $2\square = d$ |
| 3 | $t - \square + w = b$ | 16 | $2\square + g = b$ |
| 4 | $(y + r) - g = \square$ | 17 | $2\square - p = d$ |
| 5 | $y - (r + \square) = r$ | 18 | $3\square - t = O$ |
| 6 | $\square - (b + r) = w$ | 19 | $5\square + p = B$ |
| 7 | $w + g + g + \square = B$ | 20 | $4\square - B = b$ |
| 8 | $y + r = 2r + w + \square$ | 21 | $3\square + y = O + b$ |
| 9 | $B - (2r + p) = \square$ | 22 | $4\square + p = O + d$ |
| 10 | $w + \square + y = b$ | 23 | $\square + r = 2\square - r$ |
| 11 | $d + (b - 2g) = \square$ | 24 | $\square + g = 2\square - r$ |
| 12 | $2w + r + \square = y$ | 25 | $3\square - r = \square + p$ |
| 13 | $\square = O - (2r + g)$ | 26 | $3\square = \square + t$ |

उपक्रम ८

● खालील विधाने बरोबर की चूक ते शोधा.

- | | | | |
|---|-----------------------------|----|-----------------------------|
| 1 | $r + g = g + r$ | 6 | $O - (y + p) = O - y - p$ |
| 2 | $(w + p) + g = w + (p + g)$ | 7 | $B - (r + w) = B - r - w$ |
| 3 | $2(g + w) = 2g + w$ | 8 | $(w + O) - y = w + (O - y)$ |
| 4 | $y - r = r - y$ | 9 | $B - 2r = B - r + r$ |
| 5 | $r + (y - p) = (r + y) - p$ | 10 | $(b + y) - p = b + (y - p)$ |

आता $6p - 4y$ ही राशी किमान पाच वेळा वेगळ्या सममूल्य पद्धतींनी लिहा.

वि
ष
य

काड्यापेट्या वापरणे.

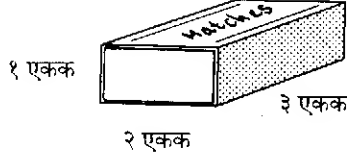
पृष्ठफळ आणि घन आयताकृतीची जाळी

■ कुठल्याही घन पदार्थाचे पृष्ठफळ हे त्याच्या सर्व बाजूंच्या पृष्ठफळांच्या बेरजेइतके असते.

उपक्रम

बंद काड्यापेटीचे पृष्ठफळ काढणे.

काड्यापेटीच्या एकूण - पृष्ठभागावर किती एकक चौरस बसतील?



एका काड्यापेटीची किती जाळी आहेत?

दोन काड्यापेट्या एकत्र ठेवा. यांचे किती वेगवेगळे घन तुम्ही बनवू शकाल? यापैकी सर्वात कमी पृष्ठफळ असलेल्या घनाचे शोधन करा.

तीन, चार अगर आठ काड्यापेट्या वापरून असे घन बनवा, ज्यांचे पृष्ठफळ कमीत कमी असेल.

वि
ष
य

लांबी आणि क्षेत्रफळ यांचा संबंध

■ एखाद्या आकृतीच्या लांबीची ज्या संख्येने पट करू त्या संख्येच्या वर्गाच्या पटीने क्षेत्रफळ वाढते.

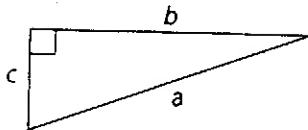
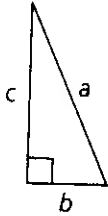
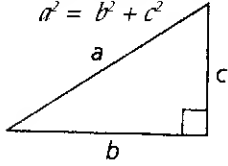
उपक्रम

साध्या काड्यापेटीच्या तिप्पट लांबी रुंदीची आगपेटी बनवा. या भल्या मोठ्या काड्यापेटीच्या प्रत्येक बाजूचे क्षेत्रफळ किती पटीने वाढले आहे?

अशाच प्रकारे इतर पटींमध्ये काड्यापेटी करून पहा.

पायथॅगोरसचे प्रमेय

$$a^2 = b^2 + c^2$$



वि
ष
य

आयताचे क्षेत्रफळ आणि पायथॅगोरसचा सिद्धांत.

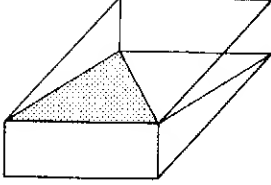
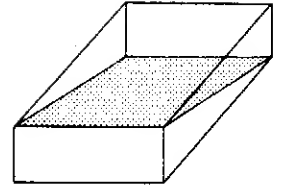
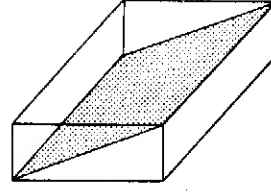
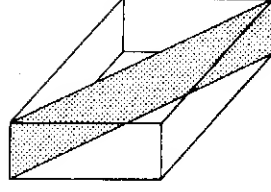
■ आयताचे क्षेत्रफळ लांबी X रुंदी एवढे असते.
■ काटकोन त्रिकोणाच्या काटकोन करणाऱ्या बाजू b, c आणि कर्ण a लांबीचा असेल तर $a^2 = b^2 + c^2$ हे समीकरण संतुलित राहते.

उपक्रम

$$a^2 = b^2 + c^2$$

● पृ. ४५ वर दिलेल्या काड्यापेट्यांच्या चित्रात प्रत्येक पेटीत एक कार्डबोर्डचा आयत आहे.

काड्यापेटीची मापने घ्या आणि त्याचा तसेच पायथॅगोरसच्या सिद्धांताचा उपयोग करून त्या सर्व आयतांचे क्षेत्र काढा.



आवश्यक अशा आयताच्या लांबी, रुंदी काढल्यानंतर तेवढ्या आकाराचे आयत कार्डातून कापून घ्या आणि ते काड्यापेटीत बसतात का ते तपासा. आयताच्या बाजू काळजपूर्वक शोधल्यात ना?

प्रत्येक आयताचे क्षेत्रफळ काढा. कुठला सर्वात जास्त आकाराचा आहे ते ठरवा.

- काड्यापेटीत बसेल अशा त्रिकोणाचे जास्तीत जास्त क्षेत्रफळ किती?
- त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळाचे सूत्र काय?

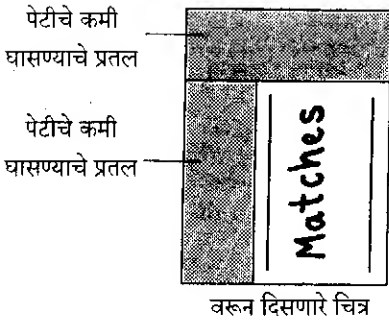
वि
ष
य

आकार आणि त्यांची दृश्यता

- त्रिमित घनाकाराकडे वरून, बाजूने किंवा समोरून पाहता येते.
- अशी द्विमित दृश्ये आपणास प्रतलीय आणि उंची या स्वरूपात कागदावर रेखाटता येतात.
- त्रिमित घन सुद्धा सममितीय चित्रणाने रेखाटता येतात.

उपक्रम

- सोबतच्या चित्रात तीन काड्यापेट्यांनी बनलेला एक घनाकार असून त्याचे वरून घेतलेले दृश्य आहे. असा प्रत्यक्ष घनाकार बनवा. याच आकाराचे समोरून आणि एका बाजूने दृश्य असे चित्र काढा.
- चार काड्यापेट्यांनी तुम्हाला हवा तसा घनाकार बनवा. त्याचे वरून दृश्य असे चित्र काढा. हे चित्र शेजारच्या मुलास द्या आणि त्याला तसा आकार प्रत्यक्ष बनवायला सांगा. तसेच त्याला समोरून आणि बाजूने दिसेल असे चित्र काढायला सांगा.
- तीन काड्यापेट्यांनी असा घनाकार बनवा ज्याचे वरून, बाजूने आणि समोरून दृश्य चित्र सारखेच आहे.
- तीन काड्यापेट्या वापरून किती वेगळे घनाकार बनविता येतात ज्यांचे वरून दृश्य चित्र वेगवेगळे आहे? हेच काड्यापेट्या कमी-जास्त वापरून करून पहा.



वि
ष
य

संयोजने (Combinations)

- सर्व संयोजने यादी करून व्यवस्थितपणे मोजता येतात.

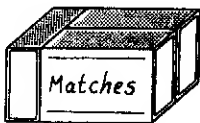
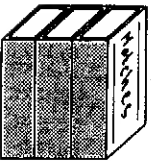
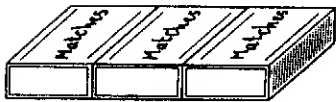
उपक्रम

आकृतीत तीन काड्यापेट्या रचण्याच्या काही पद्धती दिल्या आहेत.

तुम्हाला अशा एकूण किती पद्धती मिळतील?

अशा वेगवेगळ्या रचनांची नोंद करा आणि त्या मोजा.

तीन ऐवजी पाच किंवा इतर संख्येने आगपेट्या घ्या. त्याही बाबतीत रचनांची संख्या आणि त्यांची व्यवस्थित यादी करा. नोंद करण्याच्या पद्धती तुम्ही स्वतःच शोधायच्या आहेत.



वि

ष

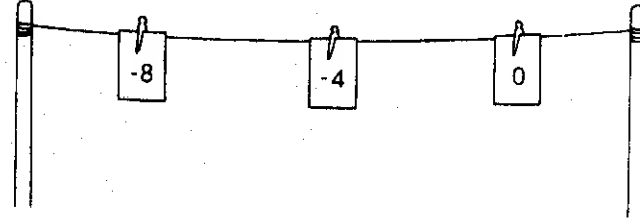
य

दोरखंडाचा उपयोग करणे.

पूर्णांक, व्यवहारी आणि दशांश अपूर्णांक यांची क्रमवारी

- संख्येत वापरलेल्या अंकाचे मूल्य त्याच्या संख्येतील स्थानावरून ठरते. उदाहरणार्थ ३२९ या संख्येत ३ या अंकाचे मूल्य ३०० आहे. पण ०.०३४ या संख्येत ३ या अंकाचे मूल्य तीन शतांश एवढे आहे.

उपक्रम



- आकृतीत दिल्याप्रमाणे धुणी वाळविण्याची दोरी वर्गात बांधावी. ही आपली संख्या रेषा असेल. कपडे वाळविण्यासाठी वापरतात तशा क्लिपा वापरून खाली कपट्यांवर लिहिलेले आकडे दोरीवर क्रमाने लावा.

10	11	23	15	4	0	25	1
----	----	----	----	---	---	----	---

- आणखी पाच कपडे बनवा. त्यात काही ऋण संख्या असू द्यात. हे सर्व कपडे त्याच संख्या रेषेवर लावा.
- ० आणि १ या संख्यांचे कपडे दोरीच्या दोन टोकांना लावा. या दोहोंच्या मध्ये बसतील अशा संख्यांचे कपडे बनवा. त्यांना क्लिपच्या साहाय्याने योग्य ठिकाणी लावा. जर संख्या-रेषेच्या दोन टोकांस ० आणि १०० या संख्या असतील तर कपडे कुठे लावाल? जर टोकाच्या संख्या ४ आणि ४.५ असतील तर? ०.१ आणि ०.२ असतील तर? दहा हजार आणि दहा लाख असतील तर?
- १९ या संख्येस मधोमध ठेवा. आता संख्यारेषेच्या दोन टोकांस कोणत्या संख्या असणार? जर मधोमध ०.७ असेल तर? जर ३/८ असेल तर? जर -२३ असेल तर? तर दोन्ही टोकांस कोणत्या संख्या असतील?
- काही कार्डांवर दोन चा पाढा २, ४, ६ इत्यादि २४ पर्यंत लिहा. त्या कार्डांना संख्यारेषेवर योग्य ठिकाणी लावा. तसेच इतर पाढ्यांच्या बाबतीत दोन संख्यांतील अंतराचा अंदाज घ्या. ते मग लावून पहा. १, २, ४, ८, १६ या संख्या लावताना अंतरे कशी असतील ते तपासा.

वि ष य

संभाव्यता

- एखादी घटना किती वेळा घडेल यावर तिची संभाव्यता ठरते.
- काही वेळा संभाव्यता पुढील शब्दांनी वर्णिली जाते. बहु संभव, सम संभव, निश्चित संभव, कठीण, असंभव, क्वचित संभव.

उपक्रम

आकृती

- वर्गाच्या एका भिंतीपासून दुसऱ्या भिंतीपर्यंत एक दोरी बांधा. दोरीच्या दोन टोकांना ० आणि १ या संख्या कार्डांवर लिहून क्लिपने लावा.

उद्या पाऊस पडेल

मी उद्या शाळेत जाईन

मी फासा टाकला तर
फाशाच्या दर्शनी बाजूवर
६ हा आकडा दिसेल

आता उद्या पाऊस पडेल, मी उद्या शाळेत जाईन, मी फासा टाकला तर फाशाच्या दर्शनी बाजूवर सहा हा आकडा दिसेल अशी वाक्ये काही कार्डावर लिहा. ० म्हणजे असंभव आणि १ म्हणजे निश्चित घडणारी घटना या रेषेवर विचार करून व त्याबाबत आपसात चर्चा करून हे कपटे लावा.

समान
संभव

बहु
संभव

निश्चित
संभव

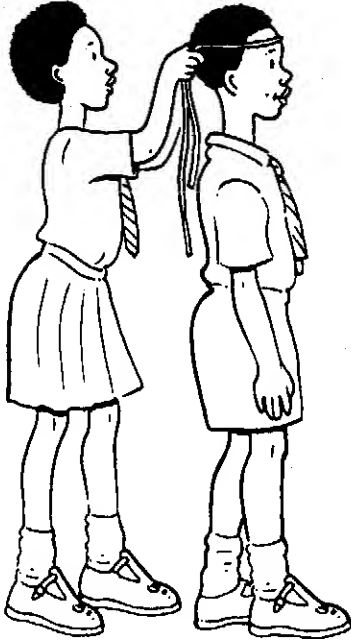
कठीण

असंभव

क्वचित
संभव

वि ष य

गुणोत्तर



- गुणोत्तरात दोन राशींची तुलना केलेली असते.
- गुणोत्तर अशा प्रकारे लिहितात : $a:b$ वय : उंची, २:३, इत्यादि.
- गुणोत्तरापासून आपणास हे कळते की एक वस्तू दुसरीच्या तुलनेत किती मोठी अगर छोटी आहे.

उपक्रम : शरीराचे अवयव

दोरीच्या साहाय्याने मोजता येतील अशा शरीराच्या अवयवांची एक यादी बनवा. जसे,

- मनगटाचा परिघ
- गळ्याचा परिघ
- अंगठ्याच्या परिघ
- कंबरेचा परिघ

खांद्यापासून मधल्या बोटापर्यंतची शरीराची लांबी

- उंची
- डोक्याचा परिघ

यादीतल्या प्रत्येक लांबीएवढ्या वेगवेगळ्या दोऱ्या कापा.

आता खालील गुणोत्तरे काढा :

- अंगठा: मनगट
- मनगट: गळा

शरीराच्या इतर अवयवांची गुणोत्तरे काढा.

आता अंगठा हे एकक धरून इतर सर्व अवयवांची मापने या एककात लिहा.

शरीराची इतर गुणोत्तरे किती असतील?

नाकाची लांबी : अंगठ्याची लांबी?

अर्धे डोके : उंची?



अर्ध्या डोक्याचे मापन

अपूर्णांक

वि
ष
य

- एकच संख्या आपण वेगवेगळ्या प्रकारे अपूर्णांकाच्या स्वरूपात लिहू शकतो जसे $1/2 = 50/100 = 36/72$ या सर्वाना सममूल्य अपूर्णांक असे म्हणतात.

- एका पूर्ण वस्तूचे सारखे तुकडे करून त्यातले काही घेण्याच्या क्रियेस अपूर्णाकाच्या भाषेत आपण लिहितो.

उपक्रम

- एक दोरी घ्या. दोरीचे घडी घालून समान भाग करा व कात्रीने सारखे तुकडे करा. पुन्हा पुन्हा प्रत्येक तुकड्याचे असेच दोन दोन भाग करा. आता $2/4$, $4/8$ असे समान अपूर्णाक लिहा आणि त्याची समानता पडताळून पहा.
- आता दोरीचे आठ समान भाग करून त्यातला $1/8$ भाग काढा. यावरून काही समीकरणे लिहा. जसे, $1 - 1/8 = 7/8$, $1/2 - 1/8 = 3/8$, इत्यादि.
- आणखी एका दोरीचे असे तुकडे करा ज्यामुळे $1/3$, $1/6$, $1/12$ असे अपूर्णाक मिळतील.

वि

सरळ रेषेचा आलेख

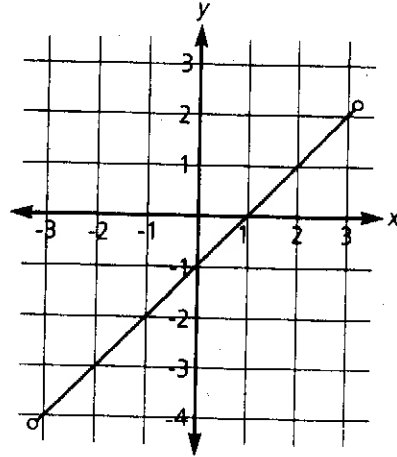
ष

- सरळ रेषेचा आलेख हे एकरेषीय फलनाचे (Linear Function) प्रतीक आहे.

य

- सरळ रेषेचा आलेख $y=mx+c$ या समीकरणाने मिळतो. यात m या रेषेचा x अक्षाशी कल असून c अंतरावर y अक्षाला ही रेषा छेदते.

- समांतर सरळ रेषांचा कल सारखाच असतो. ज्या रेषा y अक्षाला एकाच ठिकाणी मिळतात त्या सर्वांसाठी c चे मूल्य समान असते.



उपक्रम

एका मोठ्या कागदावर, फळ्यावर किंवा कपट्यावर x आणि y अक्ष काढून, अनेक समांतर रेषांचे आलेख-पत्र तयार करा. दोरीच्या मदतीने सरळ रेषांचे आलेख बनवा.

- विद्यार्थ्यांनी दोऱ्या, पिनांच्या साहाय्याने या आलेखपत्रावर निरनिराळी रेखीय फलने दाखवावीत.

$$y = x$$

$$y = x + 1$$

$$y = 1$$

$$x = 2$$

$$y = x + 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = 0$$

$$x = 0$$

$$y = x + 4$$

$$y = 4x + 1$$

$$y = 4$$

$$x = -3$$

$$y = x - 2$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$y = -2$$

$$x = \frac{1}{2}$$

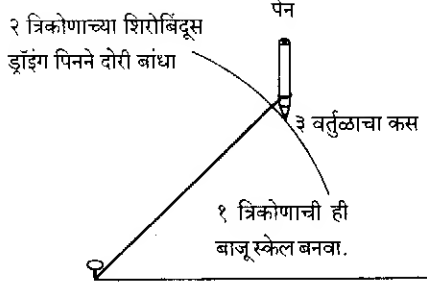
$$y = -2x + 1$$

- दोरीने खालील समीकरणांच्या सरळ रेषा दाखवा.

$$y = 2x + 6$$

$$y = 2$$

वि
ष
य



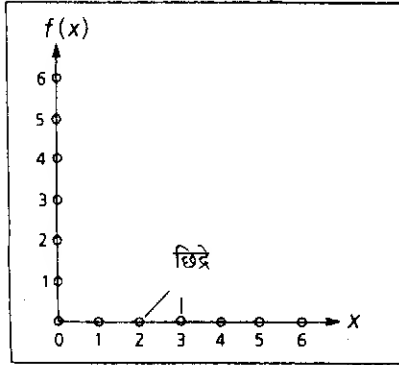
४ त्रिकोणाच्या दुसऱ्या शिरोबिंदूशी अशीच रचना करा.

वि
ष
य

आवश्यक साधने :

- जाड कार्डशीट किंवा कागदी पेटीचा कपटा
- खिळा किंवा स्वेटर विणण्याची सुई

जाड कपटा



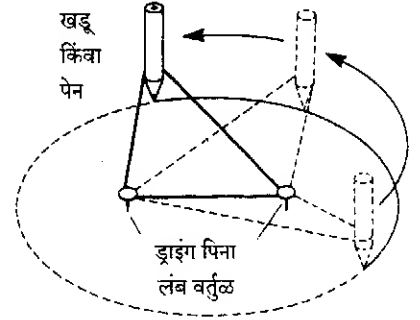
दोरीने करायच्या रचना

- या रचना मध्ये रेषा, कोन आणि इतर आकृती काढायच्या आहेत. पण कोन किंवा लांबी यांचे मापन करायचे नाही.

उपक्रम

- कंपास ऐवजी दोऱ्यांचा उपयोग करून खालील आकृती बनवा.
 - एक समभुज त्रिकोण
 - एक समद्विभुज त्रिकोण
- दोरी वापरून एक लंबवर्तुळ (इलिप्स) काढा. कागदावर टोचलेल्या दोन पिना आणि दोरी यांची लांबी बदलण्याने लंबवर्तुळाचा आकार कसा बदलतो त्याचा अभ्यास करा.

खडू किंवा पेन



मानचित्रण (मॅपिंग) आणि फलन

- मानचित्रण म्हणजे असा नियम ज्याद्वारे एका संचातील घटकाचे दुसऱ्या संचातील घटकांशी नाते ठरविले जाते.
- फलन हे विशिष्ट असे मानचित्रण असते. यामध्ये पहिल्या संचातील घटकांचे दुसऱ्या संचातील घटकांशी एकास एक या पद्धतीने नाते ठरविले जाते. पहिल्या संचातील प्रत्येक घटकाशी दुसऱ्या संचातील एकच विशिष्ट घटक जोडला जातो.
- मानचित्रण आणि फलन हे आकृती किंवा आलेखाच्या साहाय्याने दाखविता येतात. बीजगणिताच्या पद्धतीने मानचित्रणाचा किंवा फलनाचा नियम लिहिता येतो.

उपक्रम

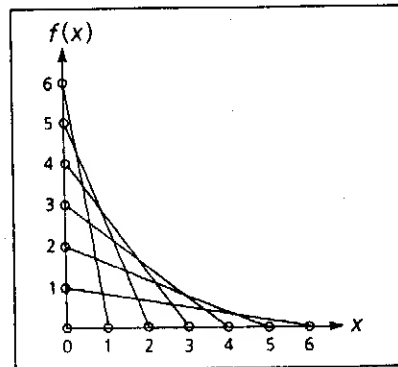
तुम्हाला हे हवंय

जाड पुड्डा किंवा एखाद्या कागदी पेटीचा कपटा

- एक खिळा किंवा विणायच्या सुईसारखी अणकुचिदार वस्तू कपट्यावर x आणि y अक्ष काढून त्यावर एक ते सहा अशी समान अंतरे दाखवा आणि या प्रत्येक बिंदूच्या टोकास एक छिद्र पाडा.
- या कपट्यावर $f(x) : x \rightarrow 7 - x$ हे फलन दाखवा. ज्या संख्यापैकी पहिलीचे फलन दुसरी आहे अशांना जोडीच्या स्वरूपात लिहा. जसे, $1 \rightarrow 7 - 1$ म्हणून $(1, 6)$ अशी जोडी बनवा. या सर्व बिंदूंना कपट्यांच्या छिद्रातून दोरी ओवून जोडा.
- वरील पद्धतीने खालील फलनांचे चित्रण करा.

$$f(x) : x \rightarrow 6 - x$$

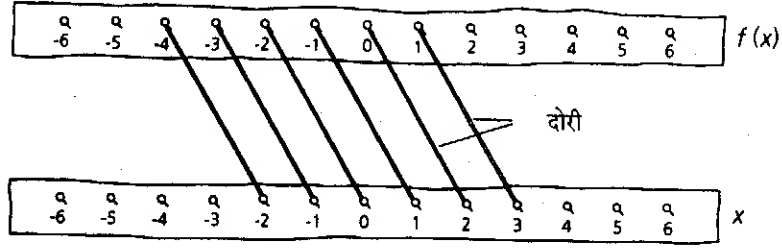
$$f(x) : x \rightarrow 3 - x$$



आता वरील चित्रणांच्या सहाय्याने $f(x) :$

$x \rightarrow k - x$ या फलनाचा अभ्यास निरनिराळे x वापरून करा.

- साधारण एकमेकांपासून अर्धा मीटर दूर अशा लांबीवर दोन लाकडी पट्ट्या आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे एकत्र जोडा. प्रत्येक पट्टीवर संख्यारेषेप्रमाणे आकडे लिहा. प्रत्येक आकड्याशी एक खिळा पट्टीत रोवा. एका पट्टीस x आणि दुसरीस $f(x)$ अशी नावे द्या.



आता काही फलने दोरी वापरून दाखवा. आकृतीत $f(x): x \rightarrow 2-x$ हे फलन दाखविले आहे. याच पट्ट्या वापरून पुढील फलने

$$f(x): x \rightarrow x-3$$

$$f(x): x \rightarrow x+4$$

$$f(x): x \rightarrow 2x$$

अशीच स्वतः काही फलने बनवा आणि त्यांचे चित्रण करा.

स्वतःची कल्पना शक्ती लढवा - मानसिक आकार

वि
य
य

उपक्रम बिंदुपथ

- दोन स्थिर बिंदूपासून सारख्याच अंतरावर राहणाऱ्या बिंदूचा बिंदुपथ
- त्रिकोणांचे काही प्रकार, जसे, काटकोन, विशालकोन, आणि समभुज त्रिकोण

उपक्रम : तीन बिंदू

- तीन बिंदूंची कल्पना करा. त्यांना एका रेषेवर ठेवा. मधला बिंदू मागे पुढे असा पहिल्या दोन बिंदूंमध्ये हलवा. मग तो दोन्हीच्या मध्यावर ठेवा.
- आता मधला बिंदू टोकाच्या दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषेच्या बाहेर काढा. मात्र त्याचे दोन्ही बिंदूपासूनचे अंतर सारखेच ठेवा. बिंदू वेगवेगळ्या ठिकाणी ठेवा; पण त्याचे अंतर दोन्ही स्थिर बिंदूपासून सारखेच राहील याची काळजी घ्या. या चल बिंदूच्या निरनिराळ्या अवस्थांना जोडणाऱ्या बिंदुपथाचे वर्णन करा.
- या तीन बिंदूंना जोडणाऱ्या त्रिकोणांची कल्पना करा. चल बिंदूच्या कुठल्याही विशिष्ट अवस्थेमध्ये मिळणारा त्रिकोण कसा असेल?
- आता मधला बिंदू वेगळ्या ठिकाणी घेतल्यास मिळणाऱ्या वेगळ्या त्रिकोणाची कल्पना करा. हा त्रिकोण चल बिंदूच्या एखाद्या स्थितीत समभुज असू शकेल काय? चल बिंदू मूळ जागी स्थिर बिंदूच्या सरळ रेषेत आल्यावर त्रिकोणाचे काय होईल?

विषय

त्रिकोणमिती

- त्रिकोणमितीत काटकोन त्रिकोणाच्या बाजूंच्या गुणोत्तरांशी त्यातील लघुकोनाचे असलेले नाते वापरतात.
- या गुणोत्तरांस ज्या (Sine) कोज्या (Cos) आणि स्पर्शज्या (Tan) म्हणतात. विशिष्ट कोनांसाठी यांचे मूल्य तालिकेत मिळू शकते जी बहुतेक पुस्तकाच्या शेवटी परिशिष्टाच्या स्वरूपात जोडली जाते.
- या गुणोत्तरांच्या साहाय्याने काटकोन त्रिकोणाशी निगडित प्रश्नांची उत्तरे शोधता येतात.

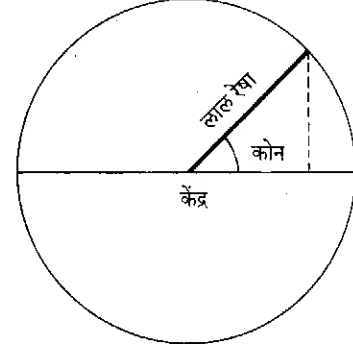
आवश्यक साधने

- फळा
- लांबी मापक पट्टी
- त्रिकोणमितीच्या तालिका

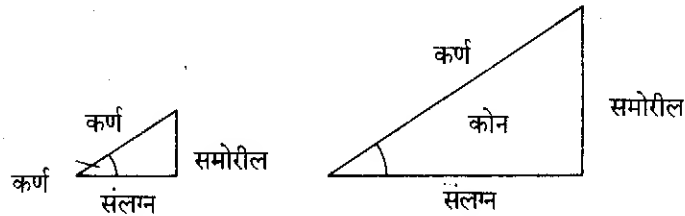
उपक्रम : ज्या सोबतचे

चित्र फळ्यावर टांगून ठेवा.

विद्यार्थ्यांना पुढील सूचना द्या.



- समजा, वर्तुळाची लाल त्रिज्या घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने फिरते आहे. तिची वर्तुळात एक पूर्ण फेरी झाली अशी कल्पना करा.
- आता पुन्हा एक फेरी झाली असे समजा आणि त्यावेळी तुटक रेषेच्या लांबीबदलावर लक्ष ठेवा. आधी कोन ० ते ९० अंशापर्यंत जातो तेव्हा तुटक रेषेत काय बदल झाले त्याकडे लक्ष द्या. पुढे ९० ते १८० अंशा प्रवासात तुटक रेषेत काय बदल झाले याचा विचार करा.
- अशा प्रकारे संबंध वर्तुळाचा प्रवास होताना तुटक रेषेतील बदलांवर लक्ष ठेवा.
- लाल रेषा ३० अंशाचा कोन करते त्यावेळी तुटक रेषेच्या लांबीचा अंदाज घ्या. इतर कुठल्या कोनास तुटक रेषेची तेवढीच लांबी असणार याचा अंदाज घ्या.
- तुटक रेषेची लांबी कुठल्या कोनांच्या बाबतीत शून्य असणार?
- कोणत्या कोनांच्या बाबतीत तुटक रेषा आणि त्रिज्या समान लांबीच्या असतील?
- त्रिज्या ० ते ३६० अंश प्रवास करताना कोन आणि तुटक रेषेच्या लांबीचा आलेख बनवा. लाल रेषेची लांबी १ असेल, तर कुठल्याही कोनात तुटक रेषेच्या ज्या (Sine) म्हणतात. तालिकेत पाहून कोन आणि त्या कोनाची ज्या (Sine) असा आलेख बनवा.
- आता पुन्हा एकदा फळ्याकडे लक्ष द्या. जर त्रिज्या तिष्ठ असेल तर त्याचा तुटक रेषेवर काय परिणाम होईल? जर त्रिज्या दसपट असेल तर?
- कर्ण हा अनुमाप गुणकाचे काम करतो. म्हणून



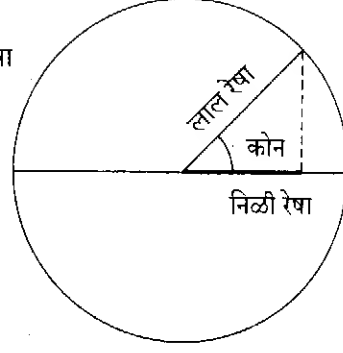
कर्णाची लांबी X कोनाची ज्या = कोनासमोरील बाजूची लांबी.

उपक्रम : कोज्या (Cosine)

फळ्यावर आता आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे निळी रेषा काढा.

वरीलप्रमाणेच अभ्यास करायचा आहे आता लाल त्रिज्या वर्तुळात फिरताना निळ्या रेषेचे काय होते ते ध्यानात घ्या.

- या उपक्रमातून असे सिद्ध होईल की.
कर्णाची लांबी \times कोनाची कोज्या = कोनाशी
संलग्न बाजूची लांबी



वि

ष

य

घनाची भूमिती

- घनास एकूण सहा पृष्ठबाजू, आठ शिरोबिंदू आणि बारा भुजा असतात. सर्व घनाकृतीचे वर्गीकरण त्यांच्या पृष्ठबाजू, शिरोबिंदू आणि भुजांच्या संख्येनुसार करता येते.
- ऑयलर या गणितज्ञाने शोधलेला नियम असा : पृष्ठबाजू + शिरोबिंदू = भुजा + २
- घनाकृतीचे जाळे हे एकप्रतलीय असते. त्या जाळ्यास विशिष्ट ठिकाणी घड्या घालून घनाकृती बनविता येते. काही घनाकृती एकहून अधिक जाळ्यापासून बनविता येतात.
- समपार्श्व (प्रिझम) हा असा घन आहे ज्याची सर्व क्षेत्रिज छेदने समान असतात.
- समपार्श्वचे घनफळ काढण्यासाठी त्याच्या छेदनाच्या (cross section) क्षेत्रफळास उंचीने गुणावे.

उपक्रम

विद्यार्थ्यास पुढील सूचना द्या.

- एका घनाची अशी कल्पना करा की त्याचा एक कोपरा टेबलावर टेकला असून त्याच्या विरुद्ध दुसऱ्या कोपऱ्यास हाताने आधार दिला आहे. ज्यामुळे तो स्थिर राहील.
- आता अशी कल्पना करा की चाकूने तुम्ही एक छेद घेतला. मिळालेल्या तुकड्याचा आकार कसा असेल? त्याचे चित्र काढा. छेदलेला पृष्ठभाग कुठल्या आकाराचा आहे?
- आता प्रत्येकच कोपरा अशा प्रकारे छेद घेऊन तोडला असे समजा. एकूण किती तुकडे बाजूला काढले? उरलेला घन कशा आकाराचा आहे? त्याचे चित्र काढण्याचा प्रयत्न करा.
- आता नवा घन घ्या. त्याचे पूर्वीसारखेच छेद घ्या. फक्त प्रत्येक वेळी छेद घेताना चाकू भुजेच्या मध्यातून चालवा. आता कुठला आकार शिल्लक राहिला?
- नव्या घनाकृतीचे घनफळ आणि मूळ घनाचे घनफळ यांचे गुणोत्तर काय आहे? तसेच छेदलेला एक तुकडा आणि मूळ घन यांच्या घनफळाचे गुणोत्तर काय आहे?
- ज्या सर्व घनाकृती तुम्ही वापरल्या त्यांचे एकप्रतलीय जाळे बनवा.

वि ष य

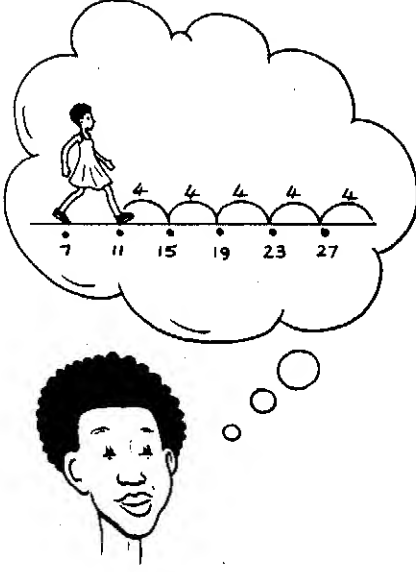
संख्या श्रेणी आणि मानसिक गणन

- संख्या श्रेणीची सुरुवात एका मूळ संख्येने होते आणि एक पायरी संख्या असते. उदाहरणार्थ, सुरुवात ३ ने आणि पायरी ५ असेल तर संख्या श्रेणी ३, ८, १३, १८, २३, ... अशी असते.
- फिबोनाची श्रेणीमध्ये पहिल्या दोन संख्या १, १ अशा असतात. पुढील प्रत्येक संख्या तिला लागून मागील दोन संख्यांच्या बेरजेएवढी असते.

- फिबोनाची सम-श्रेणीत पहिल्या दोन संख्या बदलता येतात. पण पुढील सर्व संख्या वरील नियमाप्रमाणे लगतच्या दोन संख्यांच्या बेरजेने बनतात.

उपक्रम

विद्यार्थ्यांना पुढील सूचना द्या.



- समजा, शून्यापाशी सुरुवात केली आणि प्रत्येक पाऊल तीन अंक अंतरावर आहे. तर पन्नास ओलांडण्यासाठी किती पावले टाकावी लागतील?
- समजा, तुम्ही चारवर सुरुवात केली आणि दर पावलाला सात अंक पार केले, तर १०० या संख्येवर पाय पडणार की नाही?
- जर सुरुवात पाच वर केली आणि अकरा अंकांची पायरी ठरविली तर किती पावलानंतर १०० ओलांडाल?
- ९ या संख्येने सुरुवात करून फिबोनाची सम श्रेणीत चालायला सुरुवात केली. १०० ही संख्या ओलांडण्यापूर्वी किती मूळ संख्या वर तुम्ही पाऊल टाकणार? त्या संख्या लिहा.
- ७ या संख्येने सुरुवात करा आणि ४ च्या पायरीने चाला. कुठल्याही संख्येवर आलात की त्या संख्येच्या एकम स्थानी कुठला अंक आहे तेवढाच लक्षात ठेवा. हा अंक पुन्हा किती अंकांनंतर येतो? या आवर्तनाची लांबी किती आहे?
- -५ या संख्येपासून सुरुवात करा. तेथून तीन पावले मागे जाण्याचा क्रम ठेवा. प्रत्येक पावलामधील एकम स्थानचा अंक पहा. या अंकातील बदलाची नोंद ठेवा.
- ० येथे सुरुवात करा. एक एक करीत १० पर्यंत जा. आता संख्यांरेषेवर घडी घाला, म्हणजे ११ आणि ९ या संख्या एकमेकाशी जुळतील. आता अशा इतर जोड्या पहा. ० ची जोडीदार संख्या कोणती? कोणत्या संख्येची -१६ शी जोडी झाली? या सर्व जोड्यांमध्ये काही नमुना दिसतो का?
- आता संख्या रेषा परत सरळ करा आणि १० ऐवजी वेगळ्या संख्येवर घडी घाला. आणि काय होते यावरून काही सामान्य निष्कर्ष निघतात का ते तपासा.

प्रतिलोम प्रक्रिया (Inverse Operations)

- बेरीज आणि वजाबाकी या एकमेकींच्या प्रतिलोम (उलट) प्रक्रिया आहेत. तसेच गुणाकार आणि भागाकार या एकमेकींच्या उलट प्रक्रिया आहेत.
- जर तुम्ही एक प्रक्रिया केली आणि लगेच त्या उलट प्रक्रिया केली तर जेथून सुरुवात केली तेथेच पोहोचता. उदाहरणार्थ, $७ + २ - २ = ७$.
- एकाहून अधिक प्रक्रियांच्या बाबतीत जर प्रत्येक प्रक्रियेच्या उलट प्रक्रिया करताना क्रमसुद्धा उलट ठेवला तर पुन्हा सुरुवातीच्या स्थळीच पोहोचता. उदाहरणार्थ,

$$7 + 2 = 9, 9 \times 3 = 27, 27 \div 3 = 9 \text{ आणि } 9 - 2 = 7$$

उपक्रम

विद्यार्थ्यांना पुढील सूचना द्या.

- मी एक संख्या मनात धरली आहे. तिला ५ ने गुणिले आणि आलेल्या उत्तरातून ७ वजा केले तर उत्तर ५८ येते. मी मनात कोणती संख्या धरली होती?
- मी मनात एक संख्या धरली. तिला ३ ने गुणिले. उत्तरातून ६ वजा केले. येणाऱ्या उत्तराला २ ने भागिले आणि उत्तरात ५ मिळविले तर २३ आले. मी मनात धरलेली संख्या ओळखा.

अशा प्रकारच्या प्रश्नांसाठी काय पद्धती वापरता येतील याची वर्गात चर्चा व्हावी.

वरील प्रश्नाचे उत्तर मिळविण्यासाठी मुलांनी वापरलेल्या पद्धतीची चर्चा त्यांच्यात करायला लावा.

प्रकरण तिसरे
.....

विद्यार्थ्यांच्या संस्कृतीचा समावेश

बऱ्याच विद्यार्थ्यांना शालेय गणित आणि घरगुती अगर सामुदायिक घटना या पूर्णपणे स्वतंत्र बाबी वाटतात. शाळेत जे गणित ते शिकतात त्याचा पूर्ण उद्देश त्यांना आकलन होत नाही. शाळेत शिकलेले गणित आणि बाजारात, स्वयंपाकघरात, शेतात अशा इतरत्र येणाऱ्या गणितातील समस्या यांच्यातला नातेसंबंध ते पाहू शकत नाहीत.

या प्रकरणात आपण हे पाहू की कशा प्रकारे,

१. स्थानिक संस्कृती आणि समाजातले गणितविषयक प्रश्न आपण वर्गात उभे करू शकतो.
२. गणित हा एक जागतिक स्तरावरील उपक्रम आहे हा विचार विद्यार्थ्यांच्यात ठसवू शकतो.
३. गणित शिकता-शिकवताना स्थानिक पर्यावरण आणि परिवेश यांचा उपयोग करू शकतो.

स्थानीय सामाजिक संस्कृतीचा वर्गात समावेश होणे महत्वाचे आहे कारण,

- यामुळे घर आणि शाळा यांमधील दरी नाहीशी होते.
- समाजात वापरल्या जाणाऱ्या गणिताबद्दल मुलांच्या मनात आदरभाव निर्माण होतो.
- समाजात वापरात असलेल्या आणि शाळेत शिकविल्या जाणाऱ्या गणितात एक दुवा निर्माण होतो.
- गणिताचा समाजाचे एक संसाधन या नात्याने उपयोग दिसून येतो.
- शालेय गणित विद्यार्थ्यांस जास्त अर्थपूर्ण वाटायला लागते.

गणित हा एक जागतिक स्तरावर वापरला जाणारा उपक्रम आहे ही कल्पना मुलांपर्यंत पोचायला हवी कारण,

- गणित हा फक्त पाश्चात्य देशांपुरताच मर्यादित उपक्रम नाही हे मुलांवर ठसेल.
- जगभरच्या संस्कृतीच्या यशाचा उत्सव यातून साजरा होईल.
- यातून विद्यार्थ्यांचा दृष्टिकोन रुंदावण्यास मदत होईल.
- गणिताचे मूळ कशात आहे हे मुलांना समजेल.

स्थानिक परिसराचा गणित शिकविताना उपयोग करणे महत्वाचे आहे कारण

- यातून मुलांना शाळा आणि सभोवतालचे जग यात एक संगती दिसण्यात मदत होईल.
- मुलांना त्यांच्या परिसराची माहिती होईल.
- गणिताचा व्यवहारात कसा उपयोग करता येईल हे मुलांना समजेल.

या प्रकरणात अशा गणिती उपक्रमांचा समावेश आहे जे जगभरचे लोक वापरत आहेत.

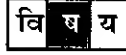
यातील पाठ गणिताच्या पाच वेगवेगळ्या उपविभागांतून घेतले आहेत. ते म्हणजे गणन, मापन, स्थान निर्धारण, नमुन्यांची घडण आणि समस्या - निराकरण.

उपक्रम स्वतः विकसित करणे.

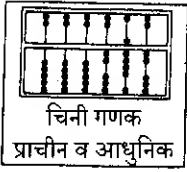
या प्रकरणातील काही उपक्रम स्वतः केल्यावर आपण आपल्या भोवतालच्या समाजातील गणितविषयक ज्या घटना घडत असतील त्या शोधाव्यात. त्या वर्गात प्रस्तुत करण्यास योग्य असल्यास त्यांचा तसा विचार करावा. अशा काही घटनांची उदाहरणे पुढे दिली आहेत.

- इमारती आणि वास्तुशिल्प
- कापड आणि हातमागावर विणकाम
- मूर्तिकला आणि चित्रकला
- जमीन, धान्य, कापड, फळफळावळ, भाज्या यांच्या वस्तुमान, लांबी, इत्यादीचे मापन
- गावात खेळले जाणारे खेळ, जसे हुतुतु, सागरगोटे इ.
- अंक आणि मोजण्याच्या पद्धती.
- वस्तुविनिमयाच्या पद्धती.
- हाताच्या बोटावर मोज-माप करण्याच्या पद्धती.

गणन



निरनिराळ्या अंक आणि स्थानमूल्य वापरण्याच्या पद्धती



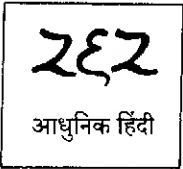
चिनी गणक
प्राचीन व आधुनिक



आधुनिक अरबी



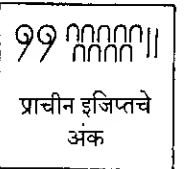
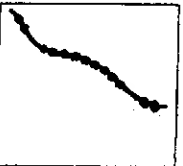
रोमन



आधुनिक हिंदी



प्राचीन ग्रीक
इ. स. ५००



प्राचीन इजिप्तचे
अंक

- प्रत्येक संख्यालेखन पद्धतीत काही चिन्हे वापरली जातात व विशिष्ट नियमानुसार संख्या लिहिल्या जातात.
- वेगळ्या पद्धतीत वेगळी प्रतिके वापरली जातात आणि त्यांचे नियोजनही वेगवेगळे असते.
- स्थानमूल्यासाठी प्रतिकांची जागा संख्येचे मूल्य दाखविते. निरनिराळ्या पद्धतीत एकाच जागी लिहिलेल्या प्रतिकांची मूल्ये वेगळी असू शकतात.

उपक्रम : कोणती संख्या?

आकृतीत एकच संख्या सात वेगळ्या समासांत वेगवेगळ्या काळांत कशा लिहिल्या जात ते दाखविले आहे.

- प्रत्येक कार्डावर कोणती संख्या आहे हे शोधा.
- २३ ही संख्या तुम्ही किती वेगवेगळ्या प्रकारे लिहू शकाल?
- वेगवेगळ्या भाषेतील प्रतिके वापरून तुम्ही किती व कोणत्या संख्या बनवू शकाल?
- संख्यांच्या बाबतीत कोणते प्रश्न तुम्ही बनवू शकाल?
- तुमच्या मते गणक (abacus) वापरून नेमके काय करता येते?
- तुम्ही इतर कुणाला गणक वापरण्याची पद्धत शिकवू शकाल काय?

उपक्रम : अरबी लिपीत संख्यांचे वर्ग

पुढील पानावर एका मोठ्या तक्त्यात अरबी भाषेत एक ते शंभर या संख्या लिहिता येतील ज्यापैकी अगदी थोड्याच पुस्तकात लिहिल्या आहेत. शिवाय इतर छोट्या तुकड्यांवर लिहिलेल्या संख्यांच्या साहाय्याने उरलेल्या संख्या मोठ्या तक्त्यावर लिहून दाखवा.

उपक्रम : इजिप्तीय पद्धतीचा गुणाकार

38 x 25 हा गुणाकार पुढील प्रकारे करता येतो.

पायरी क्र. १ दोन स्तंभांपैकी पहिल्यात १ आणि दुसऱ्यात ३८ लिहा, जसे	१	३८
दोन्ही संख्यांची दुप्पट करून त्या त्या स्तंभात लिहा, जसे	२	७६
हीच प्रक्रिया पहिला स्तंभ २५ या संख्येपाशी	४	१५२
पोचण्याआधी पर्यंत चालू ठेवा.	८	३०४
म्हणजे आपण येथे थांबू.	१६	६०८

पायरी क्र. २ पहिल्या स्तंभातील ज्या संख्याची बेरीज २५ होईल अशा संख्या निवडा, त्या आहेत १६+८+१=२५.

पायरी क्र. ३ या खेरीज इतर रांगा सोडून बाकी रांगांची बेरीज करा म्हणजे उत्तर येईल. जसे.

1	38
2	76
4	152
8	304
16	608
25	950

या पद्धतीने स्वतः काही संख्या घ्या आणि गुणाकार करून पहा. दर वेळी हे का बरोबर येते ते स्पष्ट करा.

उपक्रम : इजिप्तीय संख्यालेखन

प्राचीन इजिप्तमध्ये पुढील प्रतिके प्रचलित होती. १ साठी I, १० साठी n, आणि १०० साठी

पार्श्वपीठिका : प्राचीन इजिप्त मध्ये पाच हजार वर्षांपूर्वी दगडावर कोरलेल्या अशा संख्या दिसतात



I	II	III	III	III	III	III	III	III	n	nn	nnn	9	99
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	300

म्हणजे 9nnn III 156 साठी आणि 999 nn III 427 साठी.

- प्राचीन इजिप्तीय पद्धतीने १० ते १००० मधील पाच वेगवेगळ्या संख्या लिहा.
- आपला कागद शेजाऱ्याशी बदलून घ्या आणि त्याने लिहिलेल्या पाच संख्या कोणत्या ते ओळखा.
- पुढील आकडेमोड इजिप्तीय प्रतिकांमध्येच सोडवा.

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \begin{array}{r} \text{nnn II} \\ + \quad \text{nn III} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2. \quad \begin{array}{r} \text{n III} \\ + \quad \text{III} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3. \quad \begin{array}{r} \text{nnn III} \\ + \quad \text{nn III} \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4. \text{ बेरीज } \begin{array}{r} 999 \text{ nnn III} \\ 99 \text{ nnn III} \\ \text{n II} \end{array} \text{ आणि } \begin{array}{r} 999 \text{ nnn III} \\ \text{nnn III} \\ \text{nn} \end{array} \\
 \text{करा} \quad \quad \quad + \quad \quad \quad
 \end{array}$$

$$5. \text{ वजाबाकी } \begin{array}{r} 9999 \text{ n} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 999 \text{ nnn III} \\ \hline \end{array}$$

2	6	4	
			5
			3

2	6	4	
		2	5
		0	3

2	6	4	
1	1	3	2
	0	0	0
3	0	1	1
	6	8	2
	9	9	2

वि
प
य

आवश्यक पार्श्वभूमी
'हौसा' ही सुमारे नव्वद लाख पश्चिम आफ्रिकी लोकांची भाषा आहे. बहुतेक हौसा भाषक लोक उत्तर माइजरिया आणि दक्षिण नायजर मध्ये राहतात. पुढील पानावर संपादात आफ्रिकेचा नकाशा आणि त्यात नायजरिया व नायजर आहेत.

उपक्रम : जेलोसिया पद्धतीने गुणाकार

जेलोसिया पद्धतीत एक तक्ता वापरला जातो. 268×43 हा गुणाकार पुढील पद्धतीने करता येतो.

दोन रंगा आणि तीन स्तंभांचा एक तक्ता (आकृती पहा) बनवा आणि २,६,४ हे अंक स्तंभांच्या वर आणि ५,३ हे अंक उजवीकडे लिहा. प्रत्येक रकान्याचे दोन भाग करा आणि प्रथम ४ आणि ५ यांचा गुणाकार त्या दोहोंच्या खालील रकान्यात २ तिरक्या रेषेच्या वर आणि ० खाली अशा पद्धतीने लिहा. याच प्रकारे इतर रकान्यातले गुणाकार आकृतीत दाखविल्या प्रकारे पूर्ण करा.

आता तिरक्या रेषांनी वेगळे झालेले सर्व अंक बेरीज करून खालच्या बाजूस लिहा. या पद्धतीने आपणास उत्तर मिळाले $268 \times 43 = 115324$.

याच पद्धतीने आणखी काही गुणाकार करून पहा.

- एक गोष्ट ध्यानात ठेवा. जर एखाद्या कर्णात येणाऱ्या अंकाची बेरीज १० किंवा अधिक असेल तर हातचा पुढील कर्णाच्या आतील संख्येत मिळवावा लागेल. जसे, 143×29 ३, १३ १३ ७ ४४३७.
- ही पद्धत बरोबर उत्तर का देते ते स्वतः समजून घ्या आणि मुलांना समजावून सांगा.
- ही पद्धत वापरून दशांश अपूर्णाकाचा गुणाकार करून पहा. तोही बरोबर यायला हवा हे समजून घ्या.

उपक्रम : इजिप्तीय अपूर्णाक

- ज्या व्यवहारी अपूर्णाकाच्या अंशस्थानी १ असेल, त्या अपूर्णाकास एकक अपूर्णाक म्हणतात जसे $1/3$, $1/14$, $1/36$, इ. एकक अपूर्णाक होत.
- इजिप्तीय पद्धतीत फक्त एकक अपूर्णाकच वापरले जात असत.
- उदाहरणार्थ, $7/20$ ही संख्या अशी लिहितात $7/20 = 1/4 + 1/10 + 1/20$.
- $13/40$ हा अपूर्णाक इजिप्तीय पद्धतीने (एकक अपूर्णाकांची बेरीज या स्वरूपात) लिहा.
- आणखी काही अपूर्णाक अशा पद्धतीने लिहा.
- तीन अपूर्णाक लिहा जे इजिप्तीय पद्धतीने लिहिता येतील.
- सर्वच व्यवहारी अपूर्णाक इजिप्तीय पद्धतीने लिहिता येतील काय?
- अपूर्णाकांची बेरीज आणि वजाबाकी इजिप्तीय पद्धतीने करता येईल काय याचा शोध घ्या.

बीजगणित

- बीजगणिताचे एक अंग म्हणजे अज्ञात राशीसाठी प्रतिकांच्या स्वरूपात अक्षर वापरणे.
- या अक्षरांवर आपण अंकगणितात करतो तशा प्रक्रिया करता येतात.

उपक्रम : हौसा संख्यांच्या साहाय्याने समीकरणे सोडविणे.

- एक ते दहा या संख्या खालील समीकरणांच्या साहाय्याने शोधा.

$$\begin{aligned} \text{bakwai} + 6 &= 13 \\ 3 \times \text{hudu} &= 12 \\ \text{shida} - 3 &= 3 \\ \text{goma} + 5 &= 2 \end{aligned}$$



$$4 \times \text{biyu} = 8$$

$$(4 \times \text{uku}) + 3 = 15$$

$$3 \times (12 - \text{takwas}) = 12$$

$$\frac{1}{2} \text{ tara} = 4\frac{1}{2}$$

$$2 \div \text{daya} = 2$$

$$\text{biyar} \times \text{biyar} = 25$$

- आता पुढील प्रश्नांची उत्तरे हौसा भाषेत लिहा.

$$\text{daya} + \text{biyu} \quad (\text{shida})^2$$

$$\text{goma} - \text{biyu} \quad \sqrt{\text{tara} + 17}$$

$$\text{goma} + \text{biyu} \quad (\text{takwas} \times \text{tara}) \div \text{uku}$$

$$\text{daya} \times \text{uku} \quad (\text{goma} \times 10) - \text{hudu}$$

- हौसा भाषेत पाच प्रश्न बनवा आणि आपल्या शेजाऱ्यास द्या.
- इतर एखाद्या भाषेतील अंकांसाठी असलेले शब्द शोधा. काही समीकरणे लिहा आणि आपल्या शेजाऱ्यास सोडवायला द्या.

वि

मापन

ष

य

विविध मापन पद्धती

- निरनिराळ्या समाजांनी आपापली मापनपद्धती आणि मापनाची उपकरणे विकसित केली आहेत.
- सर्वात आधीच्या काळात लांबीसाठी हाताची वीत, घनफळासाठी बरणी किंवा वाडगा अशी अप्रमाणक मानके प्रचलित होती.
- जेव्हा भिन्न समाजांमध्ये वस्तुविनिमय किंवा व्यापारी देवाण-घेवाण सुरू झाली तेव्हा प्रमाणित, वस्तुनिष्ठ एकाकांचा विकास हळूहळू सुरू झाला.
- आजच्या काळात मेट्रिक मापन प्रणाली आंतरराष्ट्रीय व्यवहारात उपयोगात आहे.

उपक्रम : प्रमाण आणि अप्रमाण मापकांची तुलना करणे.

स्थानिक समाजात प्रचलित असलेली (किंवा नुकतीच कालोघात नाहीशी झालेली) मापनाची एकेके शोधा. मापन शिकवायला सुरुवात करताना आधी तीच अप्रमाण मापे वापरा. त्या मापांचे शक्य तेथे मेट्रिक पद्धतीत रूपांतर करा.

पूर्व आफ्रिकेच्या किनाऱ्यावर स्वाहिली लोकांत खालील एकेके प्रचलित आहेत. त्यांचे ब्रिटिश मापनात अंदाजे रूपांतरही दिले आहे.

लांबीमापनासाठी :

शिबिरी- म्हणजे हाताची बोटे ताणल्यावर आंगठ्यापासून करंगळीच्या टोकापर्यंत.

हे अंदाजे ९ इंच अंतर आहे.

मकोनो- म्हणजे दोन शिबिरी किंवा अर्धा यार्ड

पिमा- म्हणजे चार मकोनो किंवा दोन यार्ड किंवा एक फॅदम.

क्षमता किंवा घनफळासाठी :

किबाबा- म्हणजे एक पिंट

किसागा- म्हणजे दोन पिंट किंवा एक क्वार्ट

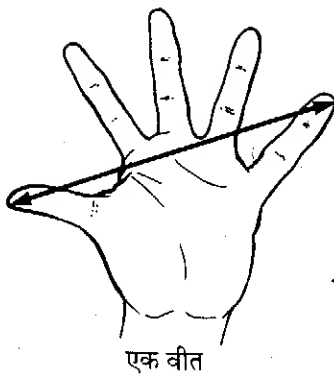
पिशी- म्हणजे दोन किसानगा किंवा चार पिंट, दोन क्वार्ट, किंवा अर्धा गॅलन

वस्तुमानासाठी

वाकिया- म्हणजे एक औंस

रति- म्हणजे सोळा औंस किंवा एक पौंड

फ्रसिला- म्हणजे ३६ रति किंवा ३६ पौंड



एक वीत

- स्वाहिली एकके वापरून काही वस्तूंची अंदाजे मापने ठरवा. जसे फळ्याची लांबी शिबिरीत, वर्गाची लांबी भकोनोत, खुर्चीचे वस्तुमान रतिमध्ये, इ., इ.
- हीच मापने स्वाहिली एककातच पण प्रत्यक्ष मोजून निश्चित करा.
- आज ही मापन एकके का प्रचारात नाहीत याची कारण मिमांसा करा.
- आता वरील अंतरे मेट्रिक मापनात सेंटिमीटर आणि किलोग्रॅम वगैरेत मोजा.
- मेट्रिक एककात स्वाहिली एककाचे रूपांतर करा, जसे एक शिबिरी म्हणजे २२ सें.मी. इ.

वि
ष
य

स्थान निर्धारण

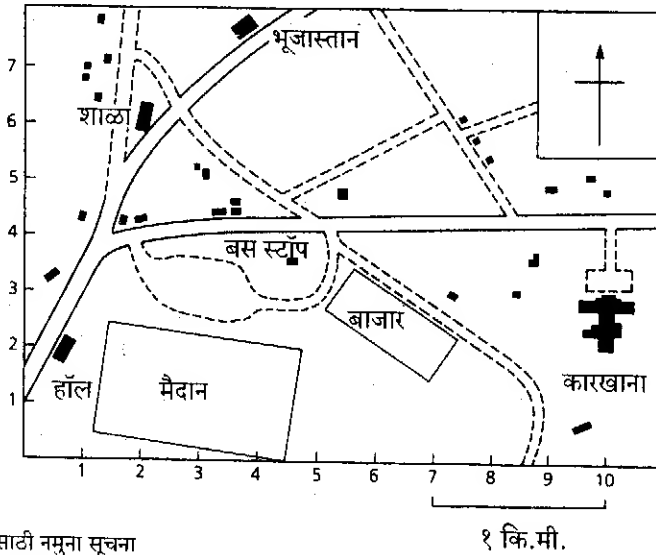
स्थान निर्धार करणे.

- अप्रतिबद्ध (absolute) किंवा सापेक्ष (relative) पद्धतीने आपण एखाद्या वस्तूचे अगर स्थळाचे वर्णन करतो किंवा तेथे पोहोचण्यासाठी सूचना देतो.
- नकाशात एका विशिष्ट अक्षांश आणि रेखांशावर मूळबिंदू आणि तेथून निर्देशक जोड्या काढून देशातील स्थान निर्धारण होते. त्यामुळे ही अप्रतिबद्ध पद्धत होय. मूळबिंदूपासून निर्देशक जोडीतील अंतरावर कुठल्याही स्थळाची जागा निश्चित करता येते. निर्देशकातले आकडे मूळबिंदूपासून किती अंतर सरळ आणि किती अंतर वर किंवा खाली जायचे हे ठरवितात.
- उत्तर, दक्षिण, पूर्व, पश्चिम या दिशा म्हणजे अप्रतिबद्ध प्रणालीचाच एक भाग आहे.
- दिशाकोन ही प्रेक्षक-सापेक्ष संकल्पना आहे. एखाद्या स्थळाचे निर्धारण उत्तर दिशेच्या सापेक्ष केवळा दिशाकोन या पद्धतीने करता येते. हा कोन प्रेक्षकापासूनच्या उत्तर रेषेशी घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने केलेला असा असतो.

आवश्यक साधने :

- गावाचा किंवा देशाचा इ. नकाशा

उपक्रम : निर्देशक किंवा दिशाकोनाच्या मदतीने स्थळ निर्धारण करणे.



गुप्त धन शोधणारासाठी नमुना सूचना

१. निर्देशक (२, ४) येथे सुरुवात करा.
२. पूर्वेस एक कि.मी. अंतरावर जा. तेथे ४५ अंश कोनातून अग्नेयेस निर्देशक (८, २) ला पोचेपर्यंत जा.
३. आता ९० अंशातून वळा आणि ईशान्येस ५०० मी. अंतरावर जा.
४. घराच्या पश्चिम बाजूस अर्ध्या अंतरावर जा.
५. तेथे तपास करा आणि गुप्त धन मिळवा.

- तुम्ही राहता तेथील नकाशा घ्या आणि त्यात तुम्ही कोठे आहात हे ठरवा. तुमच्या स्थळांचे निर्देशांक लिहा.
- तुम्ही पाहिलेल्या किंवा ज्या विषयी ऐकलेले आहे अशा स्थळांची नकाशात निश्चित करा. त्यांचे निर्देशक काय आहेत?
- तुम्ही राहता तो तालुका, जिल्हा किंवा खेडे किंवा शाळा यांच्या नकाशापासून सुरुवात करा. नकाशावर असे एक स्थळ निवडा जेथे कलित असे पुरलेले गुप्तधन असेल. स्थळ निवडा पण नकाशावर दाखवू नका.
- आता कुठे तरी सुरुवात करून अशा सूचना लिहा, ज्यामुळे गुप्तधन शोधणारास मदत होईल. निर्देशक दिशाकोन, आणि प्रमाणके यांचा उपयोग करा; पण स्थळांची नावे वगैरे देऊ नका.

गुप्तधनाच्या सूचना एका साथीदाराशी बदलून घ्या आणि त्याला ते स्थळ मिळते का ते पहा.

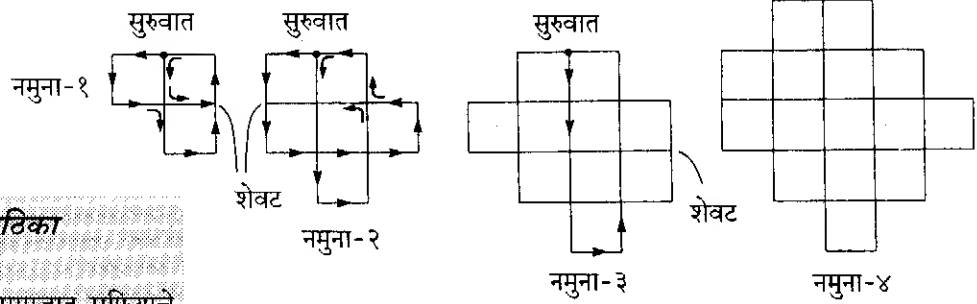
जाळी (Networks)

वि
ष
य

- जाळे हे स्थान-विज्ञानाचा (Topology) एक भाग आहे. स्थान-विज्ञानात एका पृष्ठावरील बिंदूमधील संबंधाचे वर्णन समाविष्ट आहे.
- जाळ्यांचा अभ्यास बिंदूपांशी संबंधित असतो.
- जर आपण एका जाळ्यातील सर्व बिंदूमधून प्रवास पुन्हा पुन्हा एक किंवा अधिक बिंदूतून न जाता करू शकलो तर अशा जाळ्यास पारगम्य (traversable) जाळे असे म्हणू.

उपक्रम : शोंगो नमुन्याची जाळी

- पुढे दिलेल्या पहिल्या दोन शोंगो नमुन्यांवर एक दृष्टी टाका. त्यात कुठे बिंदुपथास सुरुवात करायची व कुठे संपवायचे हे सूचित केले आहे. त्याप्रमाणे पथभ्रमण करून हे दोन्ही नमुने पारगम्य आहेत असे पडताळता येते. सुरुवातीच्या बिंदूवर पेन ठेवा आणि दिलेल्या मार्गाने पेन कागदावरून न उचलता फिरवा. शेवटपर्यंत पोहोचाल.



पार्श्वपीठिका

झायेरमधील बाकुबा समाजात राकियाचे शोंगो नमुने वापरून विणकाम केले जाते. मुले शोंगो नमुन्यावर आधारित खेळ खेळतात. खेळाचे उद्दिष्ट आधी काढलेल्या रेषेवरून पुन्हा न जाता प्रवास करणे हे असते.

- नमुना क्र. तीन वर दिलेल्या सूचनांप्रमाणे पारगम्य पथ मिळविण्याचा प्रयत्न करा.
- नमुना क्र. चार मध्ये असाच पारगम्य पथ शोधा. कुठे सुरुवात आणि कुठे शेवट करायचा हे ठरवा.
- प्रत्येक नमुन्यात किती चौरस आहेत त्याची नोंद करा. यातून काय लक्षात येते?
- प्रत्येक नमुन्यात किती लांबीचा प्रवास होतो त्याचा तपास करा.

वि
ष
य

बिंदुपथ

- विशिष्ट नियमानुसार जेव्हा एका बिंदूचा प्रवास होतो तेव्हा मिळणाऱ्या आकृतीस 'बिंदुपथ' म्हणतात.
- अशा नियमांची उदाहरणे
चल बिंदू एका विशिष्ट स्थिर बिंदूपासून किंवा दोन स्थिर बिंदूपासून किंवा एक बिंदू आणि एक रेषा यांपासून किंवा दोन रेषांपासून सारख्या अंतरावर असणे.

उपक्रम : कोळी समाजात उद्धवणाऱ्या काही बिंदुपथांचे निरीक्षण

ज्या कोळी समाजात मासे आगीच्या धर्मीने वाळविले जातात तेथे सर्व मासे आगीपासून सुमारे सारख्याच अंतरावर ठेवलेले असतात.

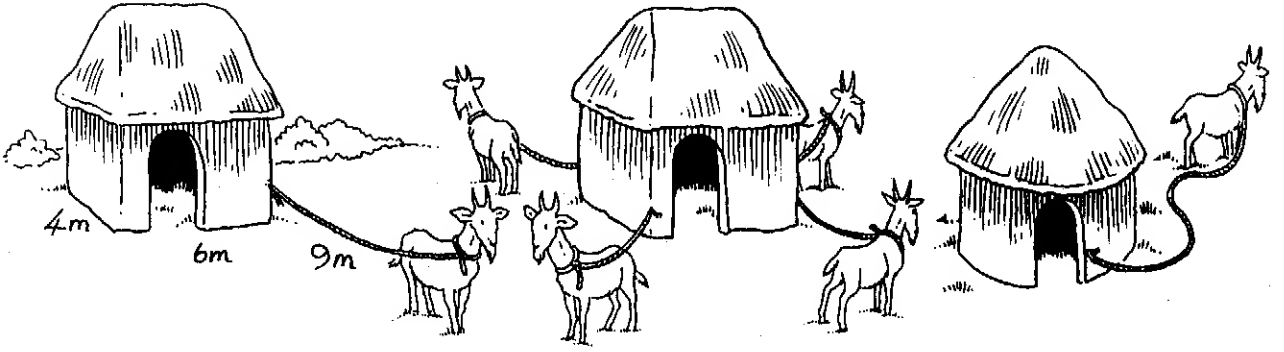
- पुढील बिंदुपथावर आधारित प्रश्न सोडवा.
 - एका कोळणीस मिळालेले मासे वाळवायचे आहेत. ते सर्व आगोटीपासून सारख्याच अंतरावर असायला हवेत. ते कसे ठेवायचे याचे चित्र काढा.

- दुसऱ्या एका धनिक कोळणीजवळ दोन आगोट्या आहेत. मासे दोन्ही आगोट्यांपासून सारख्याच अंतरावर कसे रचाल ते दाखवा.

उपक्रम : शेतकरी समाजात उद्धवणाऱ्या काही बिंदुपथाचे निरीक्षण

एका मोठ्या शेताच्या मध्यावर असलेल्या झोपडीच्या कडेला एका दोरीने एका शेळीला बांधून ठेवले आहे. झोपडी ४ मी. x ६ मी. असून दोरी ९ मी. लांब आहे.

- शेताच्या किती क्षेत्रफळावरील गवत शेळी खाऊ शकेल?
- जर दोरी १२ मी. लांब असेल तर शेतीचे किती क्षेत्रफळ शेळीला उपलब्ध असेल?
- शेळी किती क्षेत्रफळावरील गवत खाऊ शकते याचा पुढील अंगाने तपास करा
 - दोरीच्या वेगवेगळ्या लांबी घेऊन
 - झोपडीची लांबी रुंदी बदलून
 - एकाहून अधिक शेळ्या असतील तर काय, या समस्यांचा विचार करून.



वि
ष
य

आवर्तन आणि परावर्तन

- आवर्तन (rotation) आणि परावर्तन (reflection) या पदार्थांच्या स्थिती बदलाच्या दोन पद्धती आहेत.
- आवर्तनात पदार्थ विशिष्ट बिंदूभोवती फिरतो.
- परावर्तनात पदार्थाचा प्रत्येक बिंदू आरशाच्या दुसऱ्या बाजूस सारख्याच अंतरावर दिसतो.

उपक्रम : रांगोळ्यांचे नमुने बनविणे.

पार्श्वपीठिका

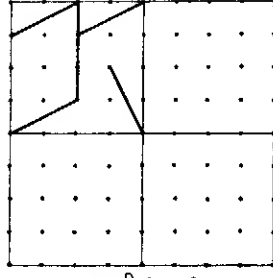
दिवाळी हा हिंदू वर्षाभाचा महत्वाचा सण आहे. दिवाळीत अनेक घरांसभोर चित्रविचित्र रांगोळ्यांचे नमुने पहायला मिळतात.

एक विशिष्ट संरचना पुन्हा पुन्हा एका नमुन्यात दिसते हे रांगोळीचे वैशिष्ट्य होय. रांगोळीत असे बरेच नमुने असतात जे सममित अक्षाभोवती परावर्तित होतात.

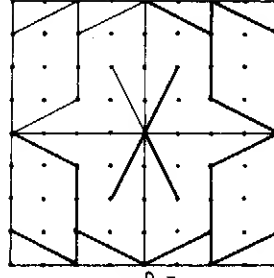
खालील सहा पायऱ्या वापरून एक रांगोळीचा नमुना बनवा.

पायरी १. एक चौरस तक्ता घ्या. मध्यभागी एक आडवी आणि एक उभी सममितीची रेषा काढा, ज्यामुळे चौरस चार समान खंडात वाटला जाईल.

पायरी २. एका खंडात काही टिपके जोडा. फार जोड-रेषा काढू नका. कारण इतर खंडांत परावर्तन आणि पुनरावर्तन करण्याने आकृती किचकट बनेल.



पायरी १ व २

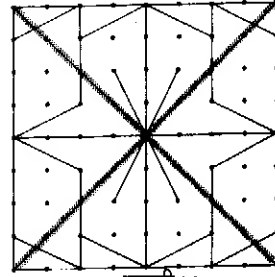


पायरी ३

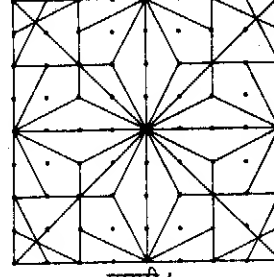
पायरी ३. पहिल्या खंडात काढलेल्या नमुन्याचे इतर तीन खंडांत सममित अक्षाभोवती परावर्तन करा. खंड पाडताना काढलेल्या सममित रेषांवर एक छोटासा आरसा ठेवल्यास असे करणे सोपे जाईल.

आधी पहिल्या खंडातील नमुना दुसऱ्या खंडात परावर्तित करा आणि मग संबंध नमुना उरलेल्या सममित अक्षात परावर्तित करा म्हणजे चारी खंडातील नमुना मिळेल.

पायरी ४. मूळ चौरसाचे दोन्ही कर्ण काढा.



पायरी ४

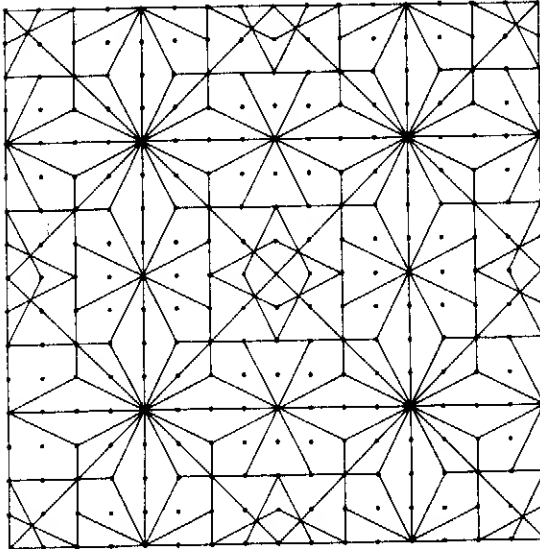


पायरी ५

पायरी ५. आता दोन्ही कर्णांना सममित अक्ष बनवून नमुना दोन्ही कर्णात परावर्तित करा.

तक्त्याच्या एकेका कर्णाभोवती घडी पाडून रेषा कशा वाढतील ते आपणास पाहता येते.

आधी एका कर्णावर घडी पाडा व परावर्तन पूर्ण करा. नंतर दुसऱ्या कर्णावर घडी पाडा व ते परावर्तन पूर्ण करा. घडी घालण्याऐवजी कर्णावर आरसा ठेवूनही हेच करता येईल.



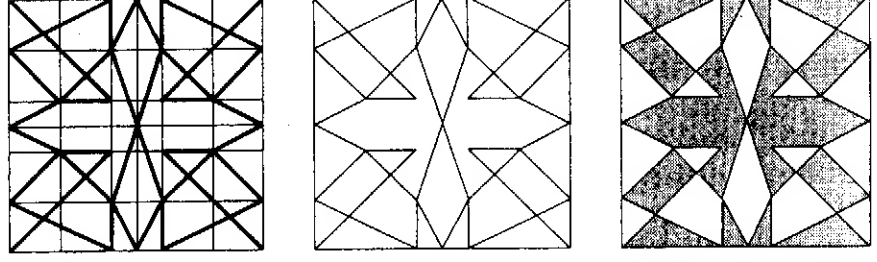
पायरी ६

पायरी ६. आधी बनविलेल्या चौरसाच्या शेजारी दुसरा तेवढ्याच आकाराचा चौरस ठेवा आणि तुमचा नमुना वाढवा. पहिल्या पाच पायऱ्या वापरून त्यावरही तोच नमुना काढा. हेच अधिक चौरस ठेवून आणि दोन चौरसात फट न ठेवता किंवा विभागणाऱ्या रेषा न ठेवता वाढविता येईल.

यात नवे नमुने दिसतील. शेजारच्या आकृतीत दिसणारा नमुना पहिल्या पायरीवर मिळालेल्या चार खंडातून आणि वेगवेगळ्या सममित अक्षात परावर्तित करून तयार झालेला आहे.

पायरी ४. सर्व रेषा तिन्ही उरलेल्या खंडात परावर्तित करा.

पायरी ५. विशेष नक्षीकामाच्या अशा दिसणाऱ्या नमुन्यांखेरीज काही उरलेल्या रेषा पुसायला हरकत नाही. शिल्लक राहिलेला अभिकल्प सममित आहे याची खात्री करून घ्या.



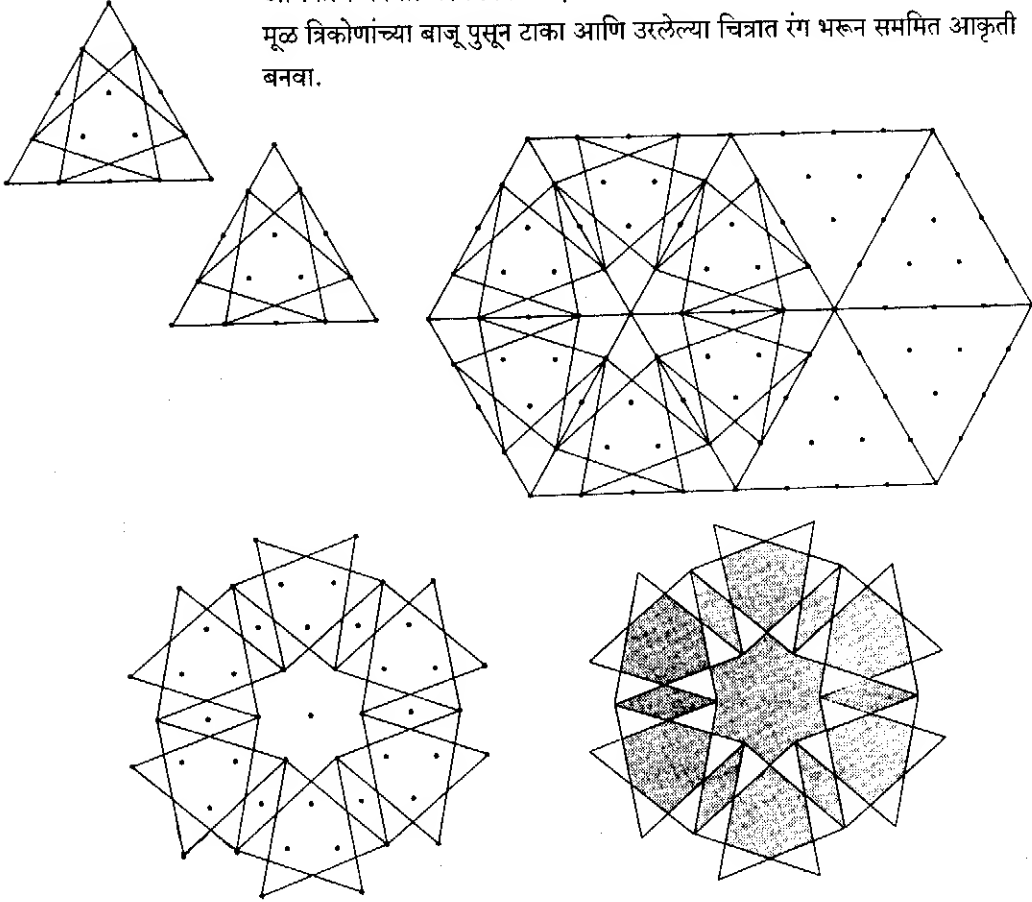
पायरी ६. अभिकल्पाच्या काही भागास रंग द्या. देताना सममितीचे भान ठेवा.

विस्तार

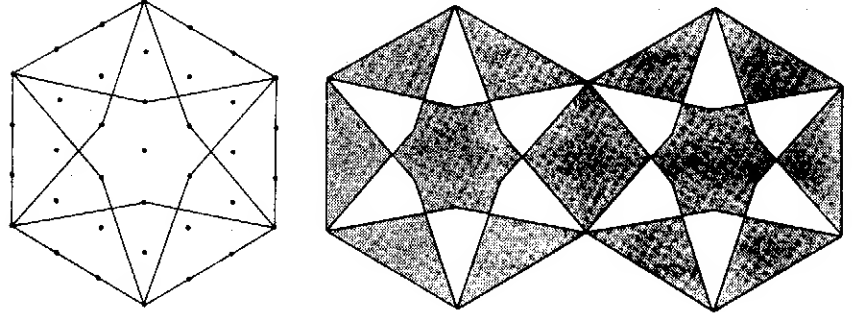
- फट न सोडता नमुना पुन्हा पुन्हा विस्तारित करा. नवे आकार शोधा. तुमच्या नमुन्यात कोणते भूमितीय आकार बसतात त्याची नोंद घ्या.
- पहिल्या खंडातील रंगीत आकाराचे क्षेत्रफळ किती ते पहा. एकूण शेवटी तयार झालेल्या चित्रात किती रंगीत भाग आहे त्याची गणना करा.

उपक्रम : बहुभुजाकृतीत इस्लामिक नमुन्याची रूपरेषा बनविणे.

- ठिपके असलेल्या कागदावर आकृतीत दिल्याप्रमाणे एक त्रिकोण बनवा. त्या त्रिकोणात एक अभिकल्प बनवा. बरेच त्रिकोण एकत्र करून त्यात हा अभिकल्प परावर्तित करा. मूळ त्रिकोणांच्या बाजू पुसून टाका आणि उरलेल्या चित्रात रंग भरून सममित आकृती बनवा.

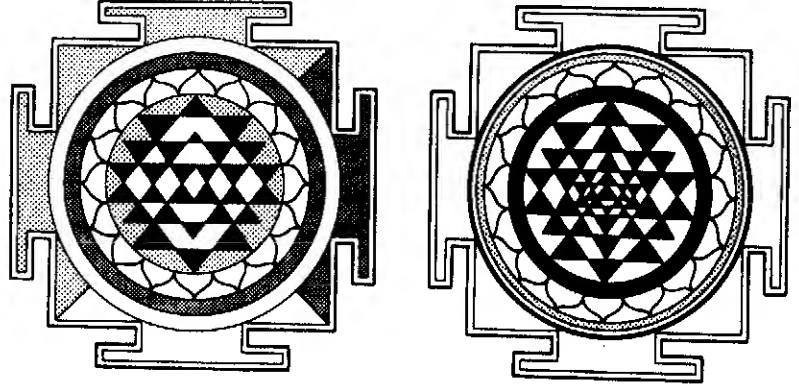


- इतर आकृतीवरूनही असेच करा, ज्यांचे टेसेलेशन करता येईल. म्हणजे फट न ठेवता जोडता येतील.



उपक्रम : रोचक हिंदू आणि बौद्ध अभिकल्प बनविणे.

पार्श्वभूमी
हिंदू आणि बौद्ध संस्कृतीत ध्यान
धारणेसाठी
विशेष अभिकल्प बनविलेले
असतात. त्यांना
'मंडले' किंवा 'यंत्र' म्हणतात.



- वर दिलेल्या दोन यंत्रांचा अभ्यास करा. पुढील प्रश्नांची उत्तरे शोधा.
 - प्रत्येक चित्रात किती छोटे त्रिकोण तुम्हाला दिसतात?
 - यातील किती त्रिकोणांचे टोक वर आणि कितीचे खाली आहे?
 - या दोन यंत्रांत फरक कुठे आढळतो?
 - छोट्या त्रिकोणांचे मिळून मोठे त्रिकोण होतात. असे वेगवेगळ्या आकाराचे किती मोठे त्रिकोण दिसतात?
 - या यंत्रात आणखी कोणते आकार दिसतात? समभुज चौकोन, समांतर द्विभुज चौकोन, षट्कोन यांच्या संख्या मोजा.
- आणखी काही यंत्रे स्वतःच शोधा. पुस्तकात किंवा धर्मगुरूस किंवा हिंदू अगर बौद्ध मित्रास विचारून पहा.
- स्वतः काही यंत्रे बनविण्याचा प्रयत्न करा.

जगभरातील कोडी आणि समस्या

उपक्रम : प्राचीन चीन मधील कूट समस्या

१. अडीच पिकुल तांदुळाची किंमत चांदीच्या $\frac{3}{7}$ टाईल एवढी आहे तर ९ टाईल ला किती तांदूळ मिळेल?
२. एकूण १०० पक्षी १०० शिलिंगला विकले. त्यात कोंबडा प्रत्येकी पाच शिलिंगला, कोंबडी प्रत्येकी ३ शिलिंगला आणि कोंबडीची पिले $\frac{1}{3}$ शिलिंगला अशी विकली. तर प्रत्येक प्रकारचे पक्षी किती विकले? प्रश्नाचे उत्तर एकच आहे की अनेक? किती वेगवेगळी उत्तरे असतील?

उपक्रम : भारतीय कूट समस्या

१. २० जण मिळून २० नाणी मिळवितात. त्यातील पुरुषांस प्रत्येकी ३ नाणी, स्त्रियांस दीड नाणे आणि मुलास अर्धे नाणे असा दर आहे. तर किती पुरुष, स्त्रिया आणि मुलांमध्ये नाणी वाटली गेली?
२. एका मळ्याचे तीन राखणदार आहेत. एक चोर काही सफरचंदांची चोरी करून पळत होता. प्रत्येक राखणदाराने त्याला अडवले. दर अडवणुकीच्या वेळी चोर आपल्या जवळ आहेत त्यातली निम्मी फळे अधिक दोन जास्त अशी फळे देतो. शेवटी तिसऱ्या राखणदारास फळे दिल्यावर चोराजवळ फक्त एक फळ शिल्लक राहिले. तर त्याने सुरुवातीस किती फळांची चोरी केली होती?

पार्श्वपीठिका

३५०० वर्षांपूर्वी इजिप्तमधील एक लेखक अहमस याने

पपायरस नावाच्या विशिष्ट कागदावर काही आलेख काढले होते.

१८५८ मध्ये हेन्री रिड याने हे लेखन शोधून काढले. वानगीदाखल त्यातील दोन कूट - प्रश्न येथे पहा.

उपक्रम : प्राचीन इजिप्तीय कूट समस्या

१. सात घरे आहेत ज्यांत प्रत्येकी सात मांजरे आहेत. प्रत्येक मांजर सात उंदीर मारते. प्रत्येक उंदराने जिवंत असता तर प्रत्येकी सात गव्हाची कणसे खाल्ली असती. प्रत्येक कणसातून सात मापे पीठ मिळाले असते. असे असता मांजरांनी एकूण किती मापे पीठ उंदरापासून वाचविले?
२. एक संख्या आणि तिची पावपट संख्या यांची बेरीज १५ असल्यास मूळ संख्या किती?

जगभरातील युक्ती आणि बुद्धिचातुर्याचे खेळ

उपक्रम : नऊ सोंगट्यांचा मॉरिस खेळ

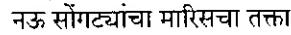
हा दोन खेळाडूंनी खेळण्याचा खेळ आहे. या खेळाचे तक्ते श्रीलंका, इजिप्त आणि नार्वे या देशात सापडतात.

आवश्यक साधने :

- एका रंगाच्या नऊ सोंगट्या पहिल्या खेळाडूसाठी
- दुसऱ्या रंगातल्या नऊ सोंगट्या दुसऱ्या खेळाडूसाठी
- आकृतीत दिसतो तसा तक्ता (पुढील पानावर)

नियम

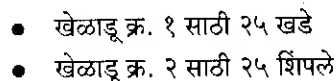
- आळीपाळीने खेळाडू तक्त्यावरील काळ्या टिपक्यावर प्रत्येकी नऊ सोंगट्या ठेवतात.
- खेळाडू आळीपाळीने सोंगट्या रिकाम्या टिपक्यावर हलवितात. सोंगटी कुठल्याही दिशेत पण एका रेषेतच हलते आणि कुठल्याही सोंगटीवरून उडी मारू शकणार नाही.
- कुठल्याही खेळाडूच्या तीन सोंगट्या एका रेषेत आल्या की प्रतिस्पर्ध्याची एक सोंगटी त्याने उचलायची.
- जेव्हा एका खेळाडूच्या फक्त दोन सोंगट्या शिल्लक राहतील आणि त्याला सोंगटी हलवायला जागा शिल्लक नसेल तेव्हा तो हरला.



- उत्तम अशी पहिली चाल या खेळात उपलब्ध आहे काय?
- प्रत्येक खेळाडूच्या एकेक चालीनंतर खेळाच्या किती स्थिती असू शकतील?
- एकही रांग न बनता जास्तीत जास्त किती सोंगट्या पटावर राहू शकतील?
- एक मुंगी जर पटावर कुठूनही चालत प्रत्येक रेषेवरून गेली तर तिचा सर्वात लहान लांबीचा पथ कोणता?

- दोन समांतर रंगात प्रत्येकी पाच छिद्रे आणि
- बाजूला दोन मोठे गोदाम असलेला एक चौकोनी बोर्ड

या खेळाच्या अनेक आकृत्या आहेत आणि जगात बऱ्याच ठिकाणी हा खेळला जातो.



- खेळाच्या सुरुवातीला प्रत्येक छिद्रात एक असे पाच खडे किंवा शिंपले ठेवावेत, पण गोदामात नाही.
- खेळाडू क्र. १ आणि क्र. २ आळीपाळीने सोंगट्या उचलून बोर्डावर घड्याळ्याच्या दिशेने जातील. जाताना प्रत्येक छिद्रात आणि आपल्या गोदामात (पण प्रतिस्पर्ध्याच्या नाही) एक एक सोंगटी (बिया पेरण्याच्या स्वरूपात) टाकतील. सर्वात शेवटी ज्याच्या गोदामात अधिक सोंगट्या तो जिंकेल.
- सुरुवातीस एक खेळाडू आपल्या बाजूच्या छिद्रातील सोंगट्या घेऊन बिया पेरीत सुटेल. एक सोंगटी स्वतःच्या गोदामात, पण प्रतिस्पर्ध्याच्या गोदामात नाही.

एका खेळाडूच्या शेवटच्या खेळीत

- जर शेवटची खेळी ज्या छिद्रात बिया होत्या त्यातच झाली तर त्या छिद्रातल्या सर्व बिया उचलून पुन्हा खेळी सुरू ठेवायची.
- जर शेवटची खेळी प्रतिस्पर्धांच्या रिकाम्या छिद्रात झाली तर त्या छिद्रासमोरच्या प्रतिस्पर्धांच्या सर्व बिया रिकाम्या छिद्रात घालून मग प्रतिस्पर्धांची खेळी सुरू होईल.
- जर शेवटची खेळी आपल्या गोदामात संपली तर मग प्रतिस्पर्धांचा खेळ सुरू होईल.
- जेव्हा एका खेळाडूकडील सर्व सोंगट्या संपतील तेव्हा प्रतिस्पर्धी आपल्या सर्व छिद्रातल्या बिया आपल्या गोदामात घालेल व खेळ संपेल.
- ज्याच्या गोदामात अधिक बिया तो शेवटी जिंकेल.

उपक्रम : गायी आणि चित्ते

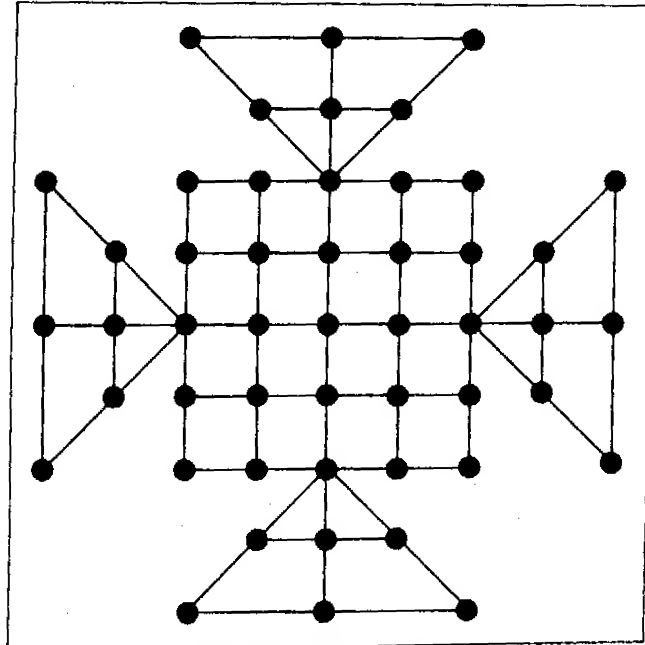
हा श्रीलंकेतला खेळ दोन खेळाडूसाठी आहे.

नियम

आवश्यक साधने :

- एका रंगाच्या दोन सोंगट्या
- दुसऱ्या रंगाच्या चोवीस सोंगट्या
- चित्रात दिसतो तसा तक्ता

- खेळाडू क्र. १ कडे एकाच रंगाच्या २ सोंगट्या त्या म्हणजे चित्ते.
- खेळाडू क्र. २ कडे एकाच रंगाच्या २४ सोंगट्या त्या म्हणजे गायी.
- खेळाडू क्र. १ खेळाच्या सुरुवातीस एक चित्ता कुठेही तक्त्यावर ठेवतो.
- खेळाडू क्र. २ एक गायी कुठेही बोर्डावर ठेवतो.
- खेळाडू क्र. १ आणखी एक चित्ता पटावर ठेवतो त्यानंतर खेळाडू क्र. २ एक गायी पटावर कुठेही ठेवतो.
- गायी किंवा चित्ते एका वेळी एक घर सरळ रेषेत जाऊ शकतात.



गायी आणि चित्ता खेळासाठी बोर्ड

- खेळाडू क्र १ चित्ते एका वेळी एक घर असे हलवतो. खेळाडू क्र. २ एकेक गाय पटावर ठेवत असतो. सर्व गायी पटावर ठेवेपर्यंत गायीची हालचाल होत नाही.
- जर चित्याच्या समोर गाय असेल व तिच्यावर उडी मारून जाण्यास पलीकडे घर रिकामे असेल तर चित्ता गाय खातो. बहुतेक वेळा सर्व गायी पटावर बसण्याआधीच काही गायी चित्ता गिळून टाकतो. गायी चित्याला मारत नाहीत. पण त्याच्या भोवती कडे करून त्याची हालचाल बंद करू शकतात.
- जिकण्यासाठी चित्यांनी सर्व गायी मारायला हव्यात किंवा गायींनी दोन्ही चित्यांची हालचाल बंद करावी.

परकीय भाषेत गणित शिकणारे विद्यार्थी

गणित शिकणे हा बऱ्याच विद्यार्थ्यांना आव्हानात्मक असा उपक्रम आहे. जर गणिताचे पाठ विद्यार्थ्यांच्या भाषेखेरीज दुसऱ्याच भाषेत शिकायचे असतील तर हे आव्हान अधिकच बिकट बनते.

गणित उत्तमपणे आत्मसात करण्यासाठी मुलांना भाषेचा बऱ्याच प्रमाणात वापर करावा लागतो. शिक्षक जे बोलतात, शिकवतात, स्पष्टीकरण देतात ते मुलांना ऐकायचे असते. त्यांना पाठ्यपुस्तके आणि गृहपाठाच्या सूचना वाचायच्या असतात. शिवाय त्यांना प्रश्न विचारणे आणि गणित विषयक संकल्पना स्पष्ट होण्यासाठी आपले विचार मांडणे हे ही भाषेच्या माध्यमातूनच करावे लागते.

यासाठी मुलांना गणित परक्या भाषेत शिकवताना शिक्षकास मदत करावी लागते. पुस्तकात तसेच प्रश्नपत्रिकेत लिहिलेले कसे वाचावे आणि त्याचा अर्थ कसा काढावा यासाठी त्यांना विशेष मदत द्यावी लागते.

असे बरेच वेळा म्हटले जाते की गणित शिक्षक हा भाषा शिक्षकही असतो. गणित शिक्षकास गणिताची भाषा मुलांना अवगत होईल इतपत भाषा शिकवावी लागते. गणितातल्या संकल्पना आणि कौशल्ये भाषेच्या माध्यमातूनच मुलांपर्यंत पोहोचवायची असतात.

या प्रकरणात वर्गात भाषा कशी वापरावी आणि विद्यार्थ्यांचे गणितातील कौशल्य कसे विकसित करावे या संबंधी शिक्षकास मदत मिळेल. येथे खालील गोष्टींवर भर दिला आहे.

- गणिताविषयी बोलून विषय समजून घेण्याबाबत मुलांना मदत करणे.
- इंग्रजीत बोललेले ऐकून मुलांना गणित शिकण्यात मदत करणे.
- मुलांना पाठ्यपुस्तकातील भाषा समजेल असे प्रयत्न करणे.
- मुलांसाठी स्पष्ट समजेल अशा भाषेत गृहपाठ लिहिणे.

दुसऱ्या भाषेत गणित शिक्षणास साहाय्य करणे.

गणित शिकण्यात भाषेचा सतत उपयोग होत असतो. जेव्हा मुले दुसऱ्या भाषेत गणित शिकतात तेव्हा मातृभाषा आणि शिक्षणाची दुसरी भाषा या दोहोंनाही महत्त्व प्राप्त होते.

शिक्षक मुलांना दुसऱ्या भाषेच्या माध्यमातून कसे गणित शिकण्यास मदत करतील? आणि या शिक्षणात मुलांच्या पहिल्या म्हणजेच मातृभाषेची काय भूमिका राहिल?

तुम्हाला मुलांच्या मातृभाषेचा वर्गात कसा उपयोग करायचा याचा विचार करावा लागेल. काही देशांत वर्गात मातृभाषा वापरायला मज्जाव असतो. या उलट इतर देशांत मातृभाषेचा उपयोग करायला उत्तेजन मिळते.

आमच्या मते गणिताच्या वर्गाचे प्राथमिक उद्दिष्ट मुलांना गणित नीट समजावे हेच आहे. जर मुलांना इंग्रजीत गणिती संकल्पना नीट समजत नसतील तर मातृभाषेचा उपयोग महत्वाचा ठरतो.

जर शाळाचालकांची मातृभाषेच्या वापराला उत्तेजन देणारी धोरणे असतील तर बऱ्याच अंगांनी गणित आणि त्याचबरोबर भाषा मुलांना शिकविणे शक्य होते. पुढील काही पद्धती मातृभाषेचा उपयोग करून त्याद्वारे गणित-विषयक समज कशी वाढविता येईल यासाठी आहेत.

भाषाविषयक क्षमतेनुसार गट पाडणे.

- जर एकच भाषा बोलणारे विद्यार्थी एका गटात असतील तर ते काही कठिण वाटणाऱ्या विषयावर आपल्या मातृभाषेत चर्चा करू शकतात आणि नव्या गणिती संकल्पना स्पष्ट समजू शकतात.
- ज्या मुलांचे इंग्रजी फारसे चांगले नाही त्यांची चांगले इंग्रजी समजणाऱ्या मुलांशी जोडी घातली तर त्याचा उपयोग होऊ शकेल.
- जी मुले वेगवेगळ्या भाषेत बोलतात त्यांचे एकत्र गट केल्यास त्यांना माहितीच्या गणिती संकल्पनांवर इंग्रजीत बोलावे लागून त्यांचे इंग्रजी चांगले सुधारू शकते.
- प्रश्न आणि नव्या संकल्पना इंग्रजीत समजल्यावर जोडीने मुलांना काम दिले तर ते मातृभाषेत बोलून चांगले गणित करू शकतील. मग सर्व वर्गाचे काम इंग्रजीत संवाद चालू ठेवून करता येईल.

द्विघात समीकरणासाठी महत्वाचे शब्द:

पुनर्रचना

कंस

प्रतिस्थापन (substitution)

सामान्य गुणक

सम राशीचे एकत्रीकरण

गुणक पाडणे

उपक्रम : नव्या विषयाचे प्रमुख शब्द आणि वाक्यांश शिकणे

- मुलांसाठी काही महत्वाचे शब्द आणि वाक्यांश यांची यादी बनवा. या यादीत तुम्ही वर्गात नवा विषय पहिल्याने आणाल (उदा. द्विघात पदावलीचे गुणक पाडणे), त्याचे सर्व शब्द येतील याची खात्री करा. ही यादी मुलांना द्या. तुम्ही विषय हाताळाल त्यावेळी जसजसे नवे शब्द कानावर पडतील तसतशी मुले यादीतल्या त्या शब्दावर खूण करतील.
- जेव्हा मुलांना नवा विषय समजला असेल तेव्हा ते पुढील उपक्रम करू शकतील.
 - जर नवे शब्द क्रमाने आले नसतील तर त्यांची क्रमवार यादी करणे.
 - नव्या शब्दांच्या व्याख्या लिहिणे किंवा त्यांची उदाहरणे देणे.
 - ज्या शब्दांच्या बाबतीत अजूनही अडचण वाटते अशांच्या व्याख्या मातृभाषेत लिहिणे.

बोलणे आणि ऐकणे

मुलांची गणित विषयाची जाण विकसित होण्यासाठी त्यांना गणिताबद्दल बोलण्याची बरीच संधी मिळणे उपयुक्त आहे. जसे संकल्पनांची चर्चा करणे, प्रश्न मोठ्याने बोलत सोडविणे, गणिती प्रक्रियांबद्दल एकमेकांशी बोलणे, संकल्पना इतर विद्यार्थ्यांस स्पष्ट करण्याचा प्रयत्न करणे इ.

शिक्षकांबरोबर किंवा इतर विद्यार्थ्यांबरोबर चर्चा करणे ही गणिताची जाण वाढण्यासाठी खूप मूल्यवान पद्धत आहे.

चर्चा आणि संवादातून मुले खालील गोष्टी शिकतात.

- स्वतःच्या धारणा किंवा विचार स्पष्टपणे मांडणे.
- गणित इतरांना समजावून सांगणे.
- इतरांच्या विचारांतील सारांश समजणे.
- इतरांच्या विचारांस आव्हान देणारे प्रश्न मांडणे.
- स्वतःचे विचार आधी स्वतःपुरते सुस्पष्ट करून घेणे.
- आपले विचार मांडताना आपली बाजू नीटसपणे सांगणे व ती दुसऱ्यांस पटविणे.
- स्वतःच्या समजुतीचा विकास करणे.
- आत्मविश्वास वाढविणे.

बरेच विद्यार्थी शिक्षकाचे ऐकण्यात फार वेळ घालवितात. जरी शिक्षक संबंध वर्गाला शिकविण्यात कुशल असला तरी ते सर्वांना चांगले समजेलच असे नाही. शिवाय मुले प्रश्न विचारायला किंवा इतर मदत मागण्यास संकोच करतात आणि त्यामुळे शिक्षकास नेहमीच कुणाला काय अडते याची कल्पना असत नाही. तसेच काही मुलांना सर्व नीट समजले असले तरी ते आपल्या शब्दांत मांडता येत नाही आणि म्हणून ते आपल्याला समजले आहे हेही दाखवू शकत नाहीत.

शिक्षक असे किती वेळा म्हणतात,



“तिला कळलय हे मला माहीत आहे, पण ते तिला शब्दांत मांडता येत नाही.”

जेव्हा विद्यार्थ्यांना गणिताच्या वर्गात बोलण्याची संधी मिळते तेव्हा त्यांना त्याचा उपयोग होतो. त्याचा शिक्षकालाही उपयोग होतो. मुलांचे बोलणे ऐकून शिक्षकास हे समजते की कोणता भाग मुलांना नीट समजला आणि कोणत्या भागावर अधिक स्पष्टीकरण उपयोगी ठरेल.

विद्यार्थ्यांना गणिताविषयी बोलण्यात प्रोत्साहन देण्याचे मार्ग

उपक्रम : पाठीस पाठ लावून काम करणे.



- दोन विद्यार्थी एकमेकांच्या पाठीस पाठ लावून बसतात. एकाच्या हातात एक आकृती किंवा प्रतिमान आहे. त्याविषयी तो दुसऱ्यास सांगतो. दुसरा ती आकृती किंवा प्रतिमान प्रत्यक्ष न पाहता केवळ वर्णनाच्या आधारे कागदावर रेखाटतो. वर्णन सांगणाऱ्या मुलाने ते इतके स्पष्ट केले पाहिजे की दुसऱ्याने काढलेली प्रतिकृती बरोबर असावी तशीच असेल.
- पाठीस पाठ लावून करायचा उपक्रम : प्रत्येकाजवळ चार किंवा पाच काड्यापेट्या असतील. एकाने त्यांना विशिष्ट आकारात बसवायचे. दुसऱ्याने प्रश्न विचारून तसाच आकार मिळवायचा प्रयत्न करावचा. जसे, काही काड्यापेट्या बाजूला आहेत काय?
 - एकमेकांवर काही काड्यापेट्या रचल्या आहेत काय?
 - काड्यापेट्यांनी नियमित आकार बनला आहे काय, आयत अगर वर्तुळासारखा?
 - खेळाचे उद्दिष्ट कमीत कमी प्रश्न विचारून प्रतिकृती बनविणे हे असेल.

फक्त प्रश्न असे विचारायचे की उत्तर होय किंवा नाही एवढेच असेल.

- एक गटाची सदस्य काड्यापेट्यांची रचना पाहून येते. गटातील मुले तिला फक्त 'होय'- 'नाही' उत्तरे देतील असेच प्रश्न विचारून प्रतिकृती बनवायचा प्रयत्न करतात.

उपक्रम : शिक्षकाच्या प्रश्नांविषयी जोडीने चर्चा करणे.

धड्याच्या सुरुवातीस किंवा शेवटी मुलांना बोलते करणारा हा झटपट उपक्रम ठेवावा. दोन-तीन मिनिटे चर्चा करण्यासाठी मुलांना एक विधान किंवा प्रश्न द्यावा. उदाहरणार्थ,

- वर्तुळ म्हणजे काय?
- जर उत्तर १० तर प्रश्न काय असेल?
- या वर्गात तुम्हाला कुठले आणि किती चौकोन दिसतात?

उपक्रम : त्रिकोणमिती विषयक विधानांशी सहमती किंवा असहमती

दोन किंवा तीनच्या गटात काम करा. त्रिकोणमिती विषयक विधाने आळीपाळीने वाचा. प्रत्येक विधानावर चर्चा करा आणि विधानाशी 'सहमत' किंवा 'असहमत' हे ठरवा. उत्तर कारणासहित द्या. जे विधान चुक असेल तेथे दुरुस्ती करा.

बरोबर चूक

१. कर्ण ही काटकोन त्रिकोणाची सर्वात मोठी बाजू असते.
२. स्पर्शज्या = समोरील बाजू/कर्ण
३. ज्या, हे गुणोत्तर नेहमीच धन संख्या असते.
४. कोनाशी संलग्न बाजू म्हणजे कोनास लागलेली बाजू होय.
५. को ज्या = संलग्न बाजू/कर्ण
६. ज्या, कोज्या आणि स्पर्शज्या यांच्या साहाय्याने त्रिकोणाच्या बाजू आणि कोन हे शोधून काढता येतात.
७. स्पर्शज्या हे कोनाच्या उताराचे मापक आहे.

उपक्रम : स्पष्टीकरण देणे.

- दोघांच्या गटात पुढील आळीपाळीने समजावून सांगा.
 - एक मुलगा म्हणतो $2(a+b)$ आणि $2a+b$ समान आहेत. या विधानातली चूक स्पष्ट करा.
 - काटकोन त्रिकोण कसा बनवावा हे स्पष्ट करा. $2x+7=x+11$ हे समीकरण कसे सोडवावे हे स्पष्ट करा.
- आपला गृहपाठ जोडीने तपासा. जर तुम्ही बरोबर केलेल्या प्रश्नात सहकाऱ्याची चूक दिसली तर ती दुरुस्त करण्याबाबत त्याचे प्रबोधन करा.



उपक्रम : मतभेदांबाबत चर्चा

अशा संकल्पना निवडा ज्याबाबत बरेच वेळा विद्यार्थी गैरसमज करून घेतात. वेगळ्या कागदांवर त्या विधानांच्या स्वरूपात लिहा. लहान गटात विद्यार्थ्यांना एकेक विधान द्या. काही उदाहरणे खाली दिली आहेत.

पुढील विधानांपैकी कुठले बरोबर, कुठले कधी कधी बरोबर आणि कुठले नेहमीच चूक हे ठरवा. तुमचे उत्तर उदाहरणांसहित स्पष्ट करा. गटातील सर्वांना तुमचा मुद्दा पटला याची खात्री करा.

- गुणाकार केल्याने मूळ संख्या नेहमी मोठीच होते.
- $a-b=b-a$
- संख्येचा वर्ग केल्याने संख्या नेहमी मोठी बनते.
- कुठल्याही संख्येचे पाचपेक्षा जास्त अवयव नसतात.
- दहाणे गुणणे म्हणजे संख्येवर एक शून्य टाकणे.
- २ ने भागणे म्हणजेच $1/2$ ने गुणणे होय.

आकार, संभाव्यता शास्त्र, त्रिकोमिती, शेकडेवारी अशा गणितातल्या निरनिराळ्या उपविषयांबाबत अशी विधाने करणे शक्य आहे.

उपक्रम : माहिती एकमेकांत वाटून घेणे.

- प्रत्येक कार्डावर एक किंवा दोन विधाने लिहून असे कार्डांचे संच बनवा. संचातील सर्व विधाने मिळून एक प्रश्न पूर्णपणे विशद होईल असा असावा. वर्गातील मुले गटात विभागा. गटातील विद्यार्थ्यांसंख्या ही संचातील कार्डांइतकी असावी.
- प्रत्येकी एक अशी संचातली कार्डे मुलांमध्ये वाटा.
- प्रत्येक गटास सूचना द्या की
- कार्डांवरील सूचनांप्रमाणे अशी भूमितीय आकृती बनवा जिचे गुणधर्म कार्डावर लिहिलेले आहेत.
- प्रत्येक कार्डावर एक विधान असेल. कार्डांवरील विधाने -
 - दोन्ही परस्पर विरुद्ध कोनांच्या जोड्या समान आहेत.
 - दोन्ही परस्पर विरुद्ध बाजू समान आहेत.
 - कर्ण एकमेकांशी काटकोन करीत नाहीत.
 - सर्व कोन समान नाहीत.
 - कर्ण समान नाहीत.
 - दोन्ही समोरासमोरील बाजूंच्या जोड्या समांतर आहेत.
 - कर्ण एकमेकांस समान रेषाखंडात विभागतात.
 - कोणतीही रेषा सममित रेषा नाही.

आपले कार्ड वाचा. गटातील इतरांस दाखवू नका. आणि एकत्रितपणे प्रश्न सोडवा.

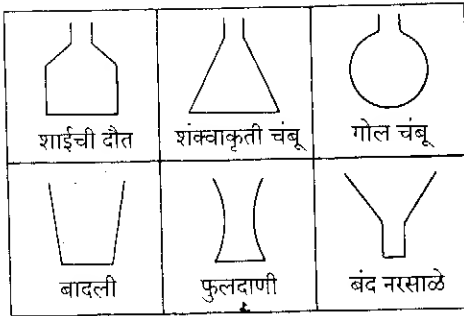
झोगियन अन्न

- पंचवीस कार्डांचा एक संच बनवा त्यावर खाली दिलेली विधाने लिहा. मुलांनी हा प्रश्न पाच-पाच चे गट बनवून सोडवायचा आहे.

झोगियन ना अन्न देण्याविषयी तुम्हाला काही माहिती दिली जाईल. पंचवीस कार्डे पत्ते पिसतो त्याप्रमाणे पिसा आणि गटातील मुलांना वाटा. आपल्या कार्डांवरील माहिती तुम्ही गटातील दुसऱ्यास सांगायला हरकत नाही. पण त्यांना आपले कार्ड दाखवायचे नाही. गट पातळीवर पुढील माहितीच्या आधारे प्रश्नाचे उत्तर सर्वांनी मिळून शोधायचे आहे. झोगियन समुदायाला एक आठवडा अन्न पुरवठ्यासाठी किती शेतांची आवश्यकता आहे?

कार्दावरील विधाने :

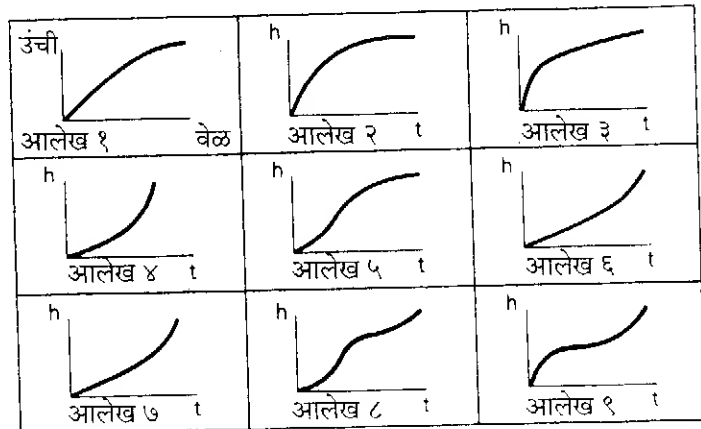
- दोन वर्ग बियांपासून १२ वर्ग धान्य तयार होते.
- सहा वर्ग धान्यापासून ३० पाव रोट्या बनतात.
- झोगियन समाजात १७०० स्त्रिया आहेत.
- झोगियन समाजात ५०० पाद्री आहेत.
- झोगियन समाजात ६०० मुली आहेत.
- झोगियन समाजात १५०० पुरुष आहेत.
- झोगियन समाजात ५०० मुले आहेत.
- लहान मुले रोज प्रत्येकी अर्धी पाव-रोटी खातात.
- पाद्री रोज प्रत्येकी दीड पाव रोटी खातात.
- स्त्रिया रोज प्रत्येकी एक पाव रोटी खातात.
- पुरुष रोज प्रत्येकी पाऊण पाव रोटी खातात.
- झोगियन समाजात बारा दिवसांचा एक आठवडा मानण्याची पद्धत आहे.
- पुरुष शेतात काम करीत नाहीत.
- पाद्री बियाणे लावणीवर देखरेख ठेवतात.
- मुलिडे या दिवशी कापणी केली जाते.
- झोगियन या समाजातील शेत ७ ऑक्सटेड एवढे रूंद असते.
- झोगियन समाजातील शेत १३ ऑक्सटेड लांबीचे असते.
- सात हा आकडा धार्मिक महत्त्वाचा आहे.
- एका झोगियन शेतात ३३ वर्ग बिया पेरता येतात.
- एक खताची पिशवी ९१ चौरस ऑक्सटेड शेतीसाठी पुरते.
- एका वर्गामध्ये १४ केल असतात.
- एक स्त्री अडीच दिवसांत एका शेतात पेरणी करू शकते.
- शेतात बी पेरण्यापासून धान्य कापणीपर्यंतचा काळ म्हणजे ३ झोगियन अंबर होत.
- मुली बियांवर खत पसरतात.
- दोन मुलींना ७ शेतांवर खत पसरण्यास ३ दिवस लागतात.



उपक्रम : आलेखाचा आशय स्पष्ट करणे.

समासात आकृतीत दिलेल्या सर्व भांड्यांमध्ये नळाचे पाणी भरले आहे. पाणी नळातून विशिष्ट वेगाने संतत धारेच्या स्वरूपात पडते.

पुढील सहा आलेख भांड्यात पाणी भरण्याचा दर दाखवितात. सर्व आलेख प्रत्येक भांड्यातील पाण्याच्या उंचीचे आणि तेवढ्या उंचीवर पोहोचण्यासाठी लागणाऱ्या वेळाचे निदर्शक आहेत.



- भांडी आणि आलेख यांच्याकडे पहा. कोणता आलेख कोणत्या भांड्यातील उंची दाखवितो ते ठरवा. उरलेल्या तीन आलेखांशी संबंधित असे भांडे चित्ररूपात काढा. आणखी एक भांडे काढा. सहकारी विद्यार्थ्यांस त्या भांड्यासाठीचा आलेख बनवायला सांगा.
- हा उपक्रम विस्तारित करण्यासाठी प्रत्येक भांडे आणि त्याला संलग्न आलेख याची कारण मीमांसा एका कार्डावर थोडक्यात लिहा. याचा उपयोग मुलांना आलेखाविषयी चर्चा करण्यासाठी आवश्यक ते भाषाज्ञान मिळण्यात होईल.
- मुले भांडी आणि त्याबरोबर जाणारे आलेख यांचे शोध लावतील. ते सर्व एकत्र करून पते पिसा. आता मुलांना भांडे आणि आलेख यांची संगती लावायला सांगा.

उपक्रम : लघुपाठ

परीक्षेसाठी उजळणी करण्याचे हे महत्त्वाचे साधन होय. प्रत्येक मुलास असा पाठ निवडू द्या ज्याच्या बाबतीत त्याला सुलभता वाटते. मात्र प्रत्येक विद्यार्थी वेगळा पाठ घेईल याची काळजी घ्या. विद्यार्थी आळीपाळीने आपल्या निवडीच्या पाठावर लहान गटातील, ज्यांना पाठ नीट कळला नाही अशा मुलांसमोर आपापला लघुपाठ मांडतील.

पाठ्यपुस्तक समजून घेणे.

मुलांना पाठ्यपुस्तक नीट समजले की नाही याकडे शिक्षकाने लक्ष द्यायला हवे. पुस्तकातील गणित आणि इंग्रजी या दोन्ही अंगांनी समज वाढण्यास मुलांना मदत द्यावी लागेल.

गणिताच्या पाठ्यपुस्तकात तीन प्रकारची शब्दावली असते.

- तांत्रिक अगर विषयोचित शब्द - जसे कोज्या, पॅराबोला, वर्गमूळ, परिमेय संख्या इ.
- अर्ध-तांत्रिक शब्द - जसे उन्नयन, अवनमन, रचना, गणन इ.
- सामान्य आणि गणितविषयक नसलेले शब्द - जसे रेल्वेची समय सारिणी, पैसा, व्याज, भाडे-विक्री. इ.
- खालील उपक्रमांतून या निरनिराळ्या शब्दसंग्रहाचा गणितातील उपयोग स्पष्ट होईल.

उपक्रम : गणितविषयक शब्दांचा कोश बनविणे.

काही सुट्या कार्डावर किंवा वहीत असा शब्दकोश बनविता येतो.

एका कार्डावर एक शब्द लिहून ते आद्याक्षर-क्रमाने जुळवून ठेवा किंवा वहीत एका आद्याक्षरास एक पान आणि त्यावर क्रमाने शब्द असे करा.

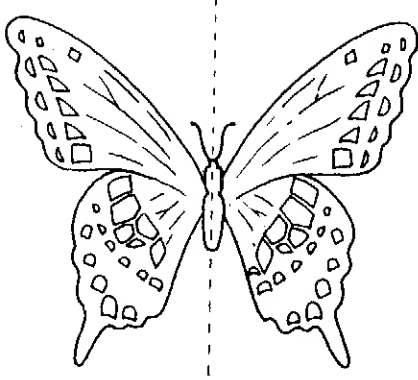
- पाठ्यपुस्तक वाचताना किंवा शिक्षकाचे ऐकताना सारख्या अर्थाचे शब्द एकत्र करा. शब्द इंग्रजीत तसेच आपल्या भाषेत लिहा. सर्व एका अर्थाचे इंग्रजी शब्द एका कागदावर तर पाठीमागच्या बाजूस आपल्या मातृभाषेत शब्द लिहा.

उदाहरणार्थ,

बेरीज	सोडवा
मिळवा	करून पहा
एकत्र करा	उत्तर काढा
गोळा बेरीज	मूल्य काढा
अधिक	शोधा
+	आकडेमोड करा
	शब्दात मांडा

- जर एखादा शब्द असा आला ज्याचा अर्थ माहीत नाही, तर आधी त्या शब्दाची पुस्तकात व्याख्या आहे का ते पहा. नसेल तर तो शब्द तुमच्या कोशात घ्या. त्याची व्याख्या, एखादे उदाहरण, स्पष्टीकरणासाठी चित्र इत्यादी सोबत घ्या.

शब्दकोशात शब्दाचे साधे विधानात्मक वर्णन, चित्र किंवा उदाहरण असेल तर उत्तम. खालील दुसऱ्या उदाहरणात हे दाखविले आहे. पहिल्या उदाहरणात आहे तशा बोजड भाषेत व्याख्या लिहिणे टाळा.



सममिती (symmetry)

सौंदर्य जे अनुरूप अंगांनी माप, रचना इ. मधून दृग्गोचर होते.

उदा. “तिच्या डोक्यावरील टेंगुळामुळे तिच्या चेहऱ्याची सममिती बिघडली आहे.”

सममिती (symmetry)

संतुलित चित्रात सममिती असते. जर एक चित्र दोन समभागात विभागले तर ते समभाग सारखेच असतात-समभाग सममित असतात.

- वर्गात शब्दकोश विशिष्ट अशा जागी ठेवा. प्रत्येक नवा शब्द मिळाला की तो त्या शब्दकोशात घ्या. तसेच माहीत असलेल्या शब्दास नवा प्रतिशब्द मिळाला तरी तो शब्दकोशात घ्या.

उपक्रम : बिगर-गणितीय अर्थ असणारे गणितीय शब्द शोधणे

काही गणितात प्रचलित शब्द असे आहेत ज्यांना व्यावहारिक भाषेत वेगळाच अर्थ आहे. उदा, विषम, मूळ, पृष्ठ इ. अशा शब्दांची, शब्दांच्या साध्या स्पष्टीकरणांसहित आणि उदाहरणांसहित अशी यादी बनवा.

जर साधारणपणे माहितीतील शब्द पाठ्यपुस्तकाच्या वाचनात आले आणि ते समजण्याबाबत अडचण आली तर ज्या शब्दांवर अडचण आहे त्यांना गणितात विशिष्ट अर्थ आहे काय हे तपासून पहा.

गणितात विशिष्ट अर्थ असलेले काही सामान्य शब्द.

मूळ, जसे ४ या संख्येचे वर्गमूळ काढा.

विषम, जसे विषम संख्या, १, ३, ५...

उपक्रम : शब्द-प्रश्नांचा विशिष्ट असा शब्दसंग्रह समजणे.

गणितात 'शब्द प्रश्न' (word problem) हा असा भाग आहे. जेथे व्यावहारिक जगातले प्रश्न गणितीय संकल्पनांच्या साहाय्याने सोडवायचे असतात. यातले बरेच शब्द गणितविषयक नसतात. तीन ते चार मुलांच्या गटात वर्गाचे गट पाडा. प्रत्येक गट तीन किंवा चार शब्दांकडे पाहील. अशा प्रकारे पन्नास एक शब्द वर्गात तयार होतील.

- तुमच्या शब्द-प्रश्नातल्या न समजणाऱ्या शब्दांची यादी करा.
- या यादीची प्रतिकृती बनवा व ती तुमच्या जवळ ठेवा.
- तुमची यादी दुसऱ्या एका गटाला द्या. तुमच्या आणि त्या गटाच्या यादीची तुलना करा. दुसऱ्या गटाने निवडलेले जे शब्द तुमच्या यादीत आहेत त्यांच्यावर खूण करा.
- अशा प्रकारे सर्व याद्या गटागटांतून फिरवा. अशा प्रकारे आपल्या यादीवर खुणा सर्व गटांच्या याद्यांतून करा.
- सर्व सामान्यपणे निवडलेल्या पाच-दहा शब्दांची यादी करा. हे असे शब्द आहेत जे बऱ्याच वेळा गणितातल्या शब्द-प्रश्नात येतात आणि त्यांचा मुलांना नीट अर्थ उमगत नाही.
- या शब्दांचे अर्थ शोधून काढा आणि ते तुमच्या शब्दकोशात नोंदवा.

शिक्षकांनी जुन्या प्रश्नपत्रिकांतून असे काही शब्द निवडायला हवेत जे विद्यार्थ्यांना कठीण वाटतात. मुलांना हे शब्द कळले याची खात्री करून घ्या. ते परीक्षेची तयारी करीत असताना हे करणे विशेष महत्वाचे आहे.

पुढील भाग फक्त शिक्षकांसाठी आहे. प्रशासकीय कार्यशाळेत किंवा सहशिक्षकांबरोबर केलेल्या अभ्यासवर्गात हा उपक्रम वापरावा.

काही गणितविषयक पुस्तकांतून आम्ही हा भाग घेत आहोत, यात हा विचार आहे की :

- वेगवेगळी पाठ्यपुस्तके भाषा कशी वापरतात आणि त्यायोगे गणित कसे समजावतात
- मुलांना पुस्तक वाचताना कशा प्रकारच्या अडचणी येतात

त्यानंतर आपण हे पाहू की मुलांसाठी सरळ आणि सोप्या भाषेत कार्यपत्रिका कशा लिहाव्यात.

शिक्षकांसाठी उपक्रम : परभाषेतील पाठ्यपुस्तक वाचणे (१).

- या उपक्रमासाठी तुम्हाला अपरिचित भाषेतील पुस्तकातले काही उतारे आवश्यक आहेत. यातून तुम्हाला कल्पना येईल की ज्या विद्यार्थ्यांना इंग्रजी येत नाही त्यांना पुस्तक वाचताना काय अनुभव येत असतो.
- खालील प्रश्नांची उत्तरे प्रयत्नपूर्वक द्या.
1004 Utför overslagrakning ocn svara med heital,
a) 3,56.7.2, b) 10,6.3,3 c) 5,9.9,7
- या प्रश्नात तुम्हाला काय विचारले आहे असे वाटते?
- तुम्ही जे उत्तर द्याल ते कशाच्या आधारावर दिले असणार?

- वरील प्रश्न मुलांना विचारला तर त्यांना कोणकोणत्या अडचणी येतील असे वाटते?
- तीन पर्यायांसाठी दिलेले स्वल्पविराम आणि पूर्णविराम नेमके काय दर्शवितात? १००४ चा संदर्भ काय?
- प्रश्न कमी किचकट करण्यासाठी (स्वीडिश भाषेतले शब्द सोडता) तुम्ही कसा प्रश्न लिहाल?
- आता पुन्हा प्रश्न आणि पुढील व्यंगचित्रे यांच्याकडे पहा.



Utför overslagrakning ocn svara med heital.

a) 3,56:7.2 b) 10,6. 3,3 c) 5,9. 9,7

- ज्या प्रकारचे गणित तुम्हाला करावे लागेल त्यासंबंधी काही संकेत येथे मिळतो काय?
- व्यंगचित्राने उपक्रम कोणता या विषयी काही मदत मिळते काय? होय तर कशा प्रकारची?
- प्रश्नाचे उत्तर देण्यासाठी तुम्हाला काय काय समजायला हवे?

याच प्रश्नाचा दुसरा पर्याय हे दाखवून देतो की चित्र आणि काही शब्द यांमुळे समजण्यास किती मदत होते. आता तुम्ही कदाचित प्रश्न १००४ याचे उत्तर स्वीडिश भाषेत देऊ शकाल. वाक्यरचनेची पुनरावृत्ती व्यंगचित्राद्वारे होत असल्यामुळे प्रश्न समजायला आणि उत्तर द्यायला सुद्धा मदत होते. स्वीडिश भाषेत उत्तर देण्यासाठी नमुना वाक्यरचनेचा उपयोग करता येतो.

एक गोष्ट लक्षात ठेवायला हवी, जर विद्यार्थ्याने प्रश्न समजण्यात गैरसमज करून घेतला अगर चुकीचे उत्तर दिले तर त्याच्या गणिती कौशल्याच्या अभावामुळेच चूक उत्तर आले असा निष्कर्ष काढण्याची गरज नाही. समस्या पाठ्यपुस्तक नीट समजणे किंवा मुळातच पुस्तकातील वाक्यरचना बोजड असणे ही सुद्धा असू शकते.

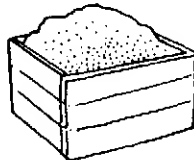
शिक्षकांसाठी उपक्रम : परभाषेतील पाठ्यपुस्तक वाचणे (२)

खालील तीन प्रश्नांची उत्तरे द्यायचा प्रयत्न करा.

- तुम्ही कोणते प्रश्न सोडवू शकता? सोडविण्यात कशाने मदत मिळेल?
- कोणते प्रश्न कसे सोडवायचे येथपासूनच अडचण आहे? का?
- चित्राची मदत झाली का? का? का नाही?

Arter

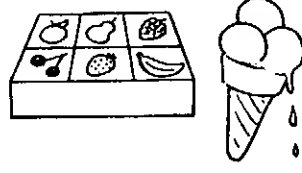
Far en miljon gula artor plats 1 klassrummet?



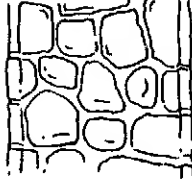
Hur stor lada behöver de till en miljon artor?

Struten

Sex olika smaker av glass finns 1 Kiosken.



Pa hur manga olika satt kan du valija din glass-strut med tre kuter?



Snigein

En snigel kryper upp pa insidan av en brunn.

Varje dag kryper den upp 3 meter.

Pa natten glider den ner 2 meter.

Hur manga dagar tar det innan den nar brunnens kant?



वरील उतारा हे दाखवितो की :

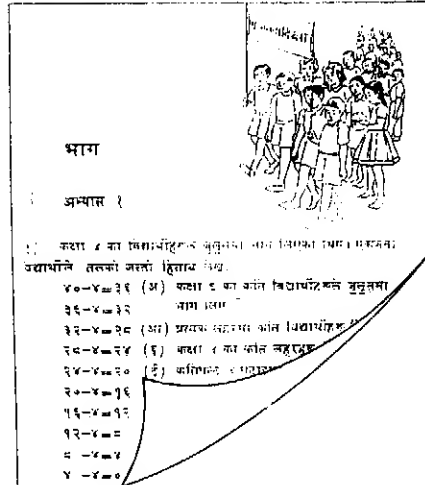
- फक्त चित्र काढल्यानेच मदत मिळतेच असे नाही. आकर्षक दिसण्यापेक्षा चित्रातून प्रश्नाचे काही वर्णन मिळाले तर जास्त फायदा होतो.
- केवळ शब्द वाढविल्याने समज वाढेल असे नाही. शब्दांचा नमुना -समुदाय अर्थ समजण्यास उपयुक्त ठरतो.
- प्रश्नाच्या आधी काही माहिती देणारी वाक्ये उपयोगी ठरतात. पण प्रश्न दिल्यावर काही वाक्ये किंवा दुसरा प्रश्न यांचा कमी उपयोग होतो.
- संख्या जर शब्दांऐवजी चिन्हांत दिल्या तर अधिक उपयुक्त ठरतात. जसे चार या शब्दाऐवजी ४ हे चिन्ह.

शिक्षकांसाठी उपक्रम :

परभाषेतील पाठ्यपुस्तक वाचणे (३)

नेपाळी भाषेतील पाठ्यपुस्तकातून पुढील उतारा घेतला आहे. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

समासात नेपाळी पुस्तकांतील पानाचे चित्र



- * या पाठाचा काय संदर्भ आहे असे तुम्हाला वाटते? कशावरून?
- * संख्यांच्या तक्त्याचे भाषांतर करा. हे कसे केले?
- * असाच आणखी एका संख्येसाठी तक्ता बनवा. उदाहरणार्थ - २ या संख्येसाठी.
- नेपाळी भाषेतला उतारा बऱ्याच गोष्टी दाखवितो, जसे.
- * संख्यांच्या बाबतीत काम करताना आपण नेहमी असे गृहीत धरतो की संख्या दशमान पद्धतीवर आधारित लिहिल्या जातात.
- * तक्त्यातील नमुन्याच्या आधारे आपण भिन्न भाषेत अनुवाद करू शकतो.
- * मुले चार च्या गटात चालताना घेतलेल्या चित्राचा तक्ता समजण्यात खूपच उपयोग होतो. चित्र अधिक उपयोगी व्हायला हवे असेल तर चित्रात आणखी काय बदल व्हावा?

शिक्षकांसाठी उपक्रम : पाठ्यपुस्तकाचा अभ्यास

शाळेमध्ये वापरात असलेल्या पुस्तकाचा विद्यार्थ्यांबरोबर तुम्ही अभ्यास करा.

- पाठात प्रश्नांचे क्रमांक कसे दिले आहेत?
- अभ्यासासाठी दिलेल्या प्रश्नांचे क्रमांक कसे दिले आहेत?
- पुस्तकातील चित्रे समजण्यास मदत करतात की त्याचा फक्त मनोरंजनपर उपयोग आहे?
- तुमच्या विद्यार्थ्यांना या पुस्तकात काय अडचणी उद्भवतात? तुम्ही त्यांचे निराकरण कसे करता?

पुस्तकातील शब्दसंग्रहाचा अभ्यास करा.

- असे कोणचे शब्द आहेत जे मुलांना विशेष कठीण वाटतील?
- असे कोणते प्रतिशब्द तुम्ही वापराल ज्यामुळे खालील गोष्टीत मुलांना मदत वाटेल.
 - कोज्या, पॅराबोला सारखे तांत्रिक शब्द
 - उतार, रचना यासारखे निम-तांत्रिक शब्द
- निरनिराळ्या प्रकारच्या शब्दांच्या बाबतीत मुलांना मदत होईल अशा काही पद्धतीचा विकास करा.

शिक्षकांसाठी उपक्रम :

विद्यार्थी पुस्तकातील सारिणी, चित्रे किंवा तक्ते हे कसे वाचतात?

विद्यार्थ्यांना सारिण्या, चित्रे किंवा तक्ते वाचायला कठीण वाटू शकतात. आधी रांगेत आणि मग स्तंभात क्रमाने माहिती वाचण्याची रीत त्यांना कठीण आणि चक्रावून टाकणारी वाटू शकते. संकेत आणि संक्षेपाक्षरे यांची माहिती नसल्यामुळे सुद्धा त्यांना पाठ नीट आकलन न होणे शक्य आहे.

तुम्ही वापरता त्या पुस्तकातील काही सारिण्या आणि तक्ते पहा. त्यातला एक समजायला सोपा आणि छान लिहिलेला घ्या तसाच एक कमी समजण्यासारखा भाग घ्या.

- सारिणी किंवा तक्ता चांगला असण्याची लक्षणे यावर मुलांत चर्चा घडवा.
- प्रत्येक सारिणी किंवा तक्ता काय माहिती देतो याची चर्चा करा. हा तक्ता किंवा सारिणी वाचण्यात मुलांना तुम्ही कशी मदत करू शकाल?

पुस्तकातून तीन कठीण अशा भूमितीय आकृत्या निवडा.

- या आकृत्या मुलांना समजण्यात तुम्ही कशी मदत कराल?

शिक्षकांसाठी उपक्रम : मुलांसाठी स्पष्ट कार्यपत्र (worksheet) बनविणे

एकाच प्रश्नाचे पुढील दोन पर्याय पहा व त्यांची तुलना करा. दोन्हीत जेवढे फरक सापडतील तेवढे शोधा. गणितीय प्रश्न लिहिण्यासाठी काय असावे आणि काय नसावे याची यादी बनवा.

दोन मुलींमध्ये मिळून तीन रुपये हातखर्चासाठी दिले आहेत. धाकटीला मोठी पेक्षा कमी, जर त्या दोघींमध्ये पैसे २:३ या प्रमाणात वाटायचे असतील तर एकूण पैशांची शेकडा किती टक्के रक्कम धाकटीला मिळेल? तिला किती पैसे मिळतील? आणि मोठीला किती?

दोन मुलीत रु. ३ वाटायचे आहेत. वाट्याचे प्रमाण २:३, शजीरला सुफियापेक्षा कमी वाटा मिळणार आहे.

- १) शजीरला किती टक्के वाटा मिळेल?
- २) शजीरला किती पैसे मिळतील?
- ३) सुफियाला किती पैसे मिळतील?

कार्य-पत्र लिहिण्यासाठी काही मार्गदर्शन

मांडणी

लिखाण स्पष्ट, सुलभ आणि भरपूर जागा सोडून केले आहे याची खात्री असू द्या.

संकल्पना दृढ होण्यासाठी आणि वाचन सोपे होण्यासाठी योग्य अशा चित्रांचा वापर करा. चित्रे स्पष्ट आणि मुद्याला धरून असावीत. शक्य तो ज्या जागी मजकूर आहे तेथेच चित्रे ठेवण्याची काळजी घ्या.

वाक्यरचना

- लहान वाक्य वापरा. फार मोठी वाक्ये कळायला कठीण जातात. प्रत्येक वाक्यात एक विचार किंवा माहितीपर मुद्दा मांडला जावा याची खबरदारी घ्या.
- माहिती आणि प्रश्न एकमेकांपासून वेगळे ठेवा. आधी स्पष्ट स्वरूपात विधान आणि मग तेवढाच स्पष्ट प्रश्न असा क्रम ठेवा.
- एकाच अनेक प्रश्न विचारणे टाळा. ते वेगवेगळे प्रश्नांच्या स्वरूपात मांडा.

व्याकरण

- कर्तरी प्रयोग हा कर्मणी प्रयोगातील वाक्यापेक्षा समजायला सोपा असतो. उदाहरणार्थ, 'दशांश अपूर्णाक व्यवहारी अपूर्णाकात बदला' हे 'दशांशाचे व्यवहारी अपूर्णाकांत रूपांतर करा.' पेक्षा समजायला सोपे आहे.
- 'जर' ने सुरू होणारी वाक्ये छोटी ठेवा. शक्य असल्यास दोन किंवा अधिक वाक्यात ते तोडा.
- माहिती शक्य तो योग्य क्रमाने द्या. उदाहरणार्थ, 'आगगाडी दहा मिनिटांनंतर स्टेशनात पोहोचली, आधी पंधरा मिनिटे थांबल्यानंतर असे लिहिण्यापेक्षा 'आगगाडी आधी पंधरा मिनिटे थांबली नंतर दहा मिनिटांत ती स्टेशनात पोहोचली' असे लिहिणे जास्त चांगले.
- अनेक विशेषणांनी युक्त आणि बिकट वर्णने टाळा. अशी भाषा अनावश्यक आणि चक्रावून टाकणारी असते.

शब्दसंग्रह

- शक्य तो सोपे शब्द वापरा.
- निवड स्वातंत्र्य असेल तेथे दोन पर्यायांपैकी सोपा शब्द वापरा. उदा., 'आवश्यक' ऐवजी 'जरूरी' वापरा.
- जे तांत्रिक किंवा पारिभाषिक शब्द परीक्षेसाठी लागतात तेच वापरात आणा.
- शक्य तो तांत्रिक शब्दांचा सुसंगत वापर करा. उदा. उणे, वजा, काढून टाकणे, यांपैकी कुठलेही चालेल, पण एकाच कार्यपत्रात तिन्ही शब्द अनावश्यकपणे वापरू नका.

प्रकरण पाचवे
.....

मुलांनी शिकण्यासाठी नियोजन

शिकविण्याच्या पद्धती, संसाधने, भाषा या सर्व बाबींचा जो विचार आपण मागील काही पानांवर केला तो या प्रकरणात एकत्रितपणे आपण पाहू. तसेच या सर्वांचा शिकविण्यासाठी नियोजनात कसा उपयोग होईल ते वर्णन करू.

दोन प्रकारच्या शिकविण्याच्या नियोजनाकडे आपण पाहू.

संबंध पाठ्यक्रमासाठी असे विषय-नियोजन

निरनिराळ्या उपविषयांसाठी बनवायची कार्यरेषा

नियोजन म्हणजे काय?

नियोजनात वर्षभरात शिकवायच्या सर्व उपविषयांचा समावेश होतो. विषय-नियोजनात खालील गोष्टी समाविष्ट होतात.

- शिकवायच्या सर्व उपविषयांची शीर्षके
- उपविषयांचा क्रम
- प्रत्येक उपविषयासाठी राखलेल्या वेळेचा हिशेब
- उजळणी, परीक्षा आणि चाचण्यासाठी राखलेली वेळ.

	सत्र १	सत्र २	सत्र ३
कोन (१)	()	()	()
कोन (२)	()	()	()
पायथागोरस (१)	()	()	()
उपविषयाचे नाव पाठांचे क्रमांक व तासिका	()	()	()
	()	()	()
	()	()	()
	()	()	()
	()	()	()

नियोजन कसे लिहून काढावे?

काही देशांत विषय-नियोजन हे शासकीय मंत्रालयातून शिक्षकांस मिळते. इतर देशांत असे असत नाही. जर तुमच्या देशात ते मंत्रालयाकडून मिळत असेल तर तुम्ही सरळ पुढच्या पानावरील उपविषयांच्या कार्यरेषेकडे वळा.

१. शिकवायच्या सर्व उपविषयांचा परिचय करून घ्या.

मंत्रालयाकडून आलेली सर्व माहिती गोळा करा. त्यात पाठ्यक्रम, पाठ्यपुस्तके, मागील काही वर्षांच्या परीक्षांतील प्रश्नपत्रिका आणि इतर सूचना, टिपा वगैरे असेल. सर्व सामग्री एकत्र करून वाचून काढा आणि सहशिक्षकांशी विचार विनिमय, चर्चा करा. पाठ्य-विषयाचे ध्येय आणि उद्दिष्ट काय आहे हे समजून घ्या. तुमच्याकडून काय अपेक्षा आहेत याचा शोध घ्या. वर्षभरात शिकवायच्या सर्व उपविषयांची यादी करा.

२. विद्यार्थ्यांच्या प्रस्तुत ज्ञानाचे मूल्यांकन करा.

मुलांचे मागील वर्गात काय काय शिकून झाले आहे याचा शोध घ्या.

- त्यांनी कुठले उपविषय संपविले आहेत?
- कुठले उपविषय थोडे बहुत झाले आहेत?
- कुठले उपविषय त्यांना नवे असणार आहेत?
- तुमच्या जवळच्या यादीत हे टिपांच्या स्वरूपात लिहून घ्या.

३. वर्षाचे एक वेळापत्रक बनवा.

सर्व पाठ्यक्रम संपवायला किती वेळ आहे हे ठरवा.

- आठवड्यात गणिताच्या तासिका किती आहेत? प्रत्येक तासिका किती वेळाची असते?
- संबंध वर्षात पाठ्यक्रमासाठी किती आठवडे आहेत? यापैकी किती आठवडे परीक्षा, सर्वाजनिक सुट्ट्या, खेळांच्या स्पर्धांसाठी सुट्ट्या इ. साठी आहेत?
- सुट्ट्या केव्हा आहेत?
- पाठ्यक्रमातील उपविषय शिकविण्यासाठी किती वेळ आहे याचे मोजमाप करा आणि त्याप्रमाणे नियोजन करा. एकूण वर्षाची सत्रे किती, प्रत्येक सत्रात शिकविण्यासाठी आठवडे किती, परीक्षा व इतर सुट्ट्या या केव्हा आणि किती याचे नीट नियोजन करा.

४. उपविषयांची क्रमवारी लावा.

ज्या क्रमाने तुम्ही उपविषयावरील प्रकरणे घेणार ते ठरवा.

- जी कौशल्ये पुढील प्रकरणात लागतील असे आधी घ्यायचे उपविषय कोणते?
- काही उपविषय इतरांपेक्षा समजायला सोपे आहेत काय?
- असे कोणते उपविषय आहेत का जे वर्षाच्या विशिष्ट ऋतूत घेणे रोचक असेल?
- जे उपविषय एकमेकांशी जोडलेले असतात ते सलगपणे घ्यावेत काय?
- सत्रात वेगवेगळी प्रकरणे घेणे अधिक चांगले असेल काय?
- पाठ्यपुस्तकातला क्रम कसा आहे? तोच तुम्हाला वापरावा लागेल काय? तुमच्या यादीचे आता स्वतंत्र कार्डे बनवून ते क्रमवार लावा.

५. प्रत्येक उपविषयाला लागणाऱ्या वेळाचे नियोजन करा.

आता हे ठरवा की प्रत्येक प्रकरणास किती वेळ वापरला तर चालणार आहे?

- मागील प्रश्नपत्रिका तपासून पहा. परीक्षेत कुठली प्रकरणे नेहमी आढळतात? कुठल्या प्रकरणांवर जास्तीत जास्त मार्क ठेवलेले असतात?
- प्रत्येक प्रकरणावर किती वेळ लागणार याची यादी करा.
- सर्व शिकवायच्या उपविषयांची यादी विषय-नियोजनाच्या कागदावर लिहा.

कार्यरेषा म्हणजे काय?

नियोजनाच्या तुलनेने उपविषयांची कार्यरेषा अधिक सविस्तर आणि विस्तृत असेल. या कार्यरेषेत प्रत्येक उपविषय किंवा प्रकरण कसे हाताळले जाईल हे ठरते.

प्रत्येक प्रकरणासाठी कार्यरेषेत पुढील गोष्टी असतील

- प्रकरणाचे शीर्षक आणि त्यासाठी ठेवलेला वेळ
- प्रकरण शिकविण्याचे ध्येय आणि उद्देश. उद्देश हे क्रमाने सोप्यापासून अवघडाकडे असे असावेत
- ही ध्येय-उद्दिष्टे प्रत्यक्षात आणण्यासाठी वापरायच्या शिकविण्याच्या पद्धती
- प्रत्येक प्रकरण शिकविण्यासाठी वापरायचे उपक्रम
- प्रत्येक उद्दिष्ट प्राप्त करण्यासाठी वापरायची संसाधने
- प्रत्येक उद्दिष्ट प्राप्त करण्यासाठी पुस्तकातील अभ्यास-प्रश्नांचा संदर्भ
- गृहपाठ
- मूल्यांकन

कार्यरेषा कशी तयार करावी या विषयी

काही देशांत शिकविण्याची कार्यरेषा सुद्धा प्रशासकीय मंत्रालयातून मिळते. इतर देशांत तसे होत नाही. जर ती तुम्हाला मंत्रालयाकडून मिळाली असेल तर तिचा पायाभूत स्वरूपात शिकविण्यासाठी उपयोग करा आणि त्यात तुमच्या उपक्रमांची भर घाला.

१. पाठांचे ध्येय आणि उद्दिष्टे यांचा परिचय करून घ्या.

प्रत्येक प्रकरणाचे ध्येय आणि उद्दिष्ट ठरवा.

ध्येयात विद्यार्थ्याने सामान्यपणे काय शिकायचे आहे आणि प्रकरण संपल्यावर त्यांस कोणती कौशल्ये प्राप्त झालेली असावीत याचा समावेश होतो. उद्दिष्टांमध्ये किरकोळ अशा लहान पायऱ्यांचा समावेश होतो, ज्या मूळ ध्येय प्राप्त होण्यासाठी आवश्यक असतात.

- मंत्रालयाकडून आलेला सर्व पाठ्यक्रम, सूचना, सल्ला इत्यादी वाचून घ्या.
- उपविषय जेथे वर्णिला आहे ते प्रकरण काळजीपूर्वक वाचा.
- प्रश्नपत्रिकामध्ये प्रत्येक प्रकरणावर असलेले प्रश्न पहा. परीक्षेत मुलांकडून काय अपेक्षित आहे ते पहा.
- प्रकरण संपल्यावर मुलांना कुठली कौशल्ये जाणकारी आणि ज्ञान असणे अपेक्षित आहे?
- आवश्यक अशी कौशल्ये जाणकारी आणि ज्ञान सोप्यापासून कठीण अशा क्रमाने लावता येतात काय?
- उपविषयाच्या ध्येयांची यादी करा. प्रत्येक ध्येयासाठी आवश्यक अशा उद्दिष्टांची यादी करा. दोन्ही याद्या अवघडतेच्या निकषावर क्रमाने लावा.

२. प्रत्येक उद्दिष्टासाठी उपक्रमांचे नियोजन करा.

प्रत्येक उद्दिष्टासाठी मुलांनी करावयाच्या अशा उपक्रमांची निवड करा, ज्यामुळे उद्दिष्ट साध्य होईल.

- उपक्रम निवडताना तुम्हाला अनेक वेगवेगळ्या शैक्षणिक संसाधनांचा विचार करावा लागेल.
- जसे, शिक्षकाचे निवेदन, प्रश्न आणि कोडी, खेळ, चर्चा, प्रायोगिक काम, दृढीकरण आणि सवयीसाठी अभ्यास-प्रश्न.
- पाठ्यपुस्तक, शैक्षणिक संसाधने आणि अन्य पुस्तके सर्व पहा. विषय शिकविण्यास उपयुक्त असे सर्व उपक्रम गोळा करा. अनेक उपक्रमांचा तुमच्या कार्यरेषेत समावेश करा. जसजसे नवे उपक्रम मिळतील तसतसे ते आपल्या कार्यरेषेत समाविष्ट करायला हरकत नाही.

वर्गाची रचना बदलती ठेवा आणि मुलांना वेगवेगळे अनुभव मिळतील याकडे लक्ष ठेवा. संबंध , वर्गाला एकत्रपणे शिकण्याचा, गटात काम करण्याचा (भिन्न क्षमता, मैत्री-गट, याचे भान राखत) जोडीने काम करण्याचा तसेच स्वतंत्र काम करण्याचा असा सर्वसमावेशक अनुभव मिळावा.

३. आवश्यक अशी संसाधने गोळा करा.

आधी प्रकरण शिकविण्यासाठी कोणती संसाधने वापरायची ते ठरवा. पुढील गोष्टींचा त्यासाठी विचार करा.

- स्थानिक पातळीवर कोणती संसाधने उपलब्ध आहेत?
- कोणती संसाधने तुम्हाला बनवून घ्यावी लागतील?
- शाळेत कोणती संसाधने उपलब्ध आहेत?

४. दृढीकरण आणि सवय यांसाठी पाठ्यपुस्तकाचा उपयोग करा.

आधी हे ठरवा की दृढीकरण आणि सवय होण्यासाठी पुस्तकातील कोणते प्रश्नसंग्रह वापरायचे. यासंबंधी पुढील गोष्टींचा विचार करा.

- प्रश्नांच्या अवघडपणाचा स्तर
- कोणत्या कौशल्यांची सवय करण्यासाठी निवड केली याचा विचार
- आवश्यक वाटल्यास प्रश्नांचे स्वतंत्र समूह बनविणे
- वर्गात उपलब्ध असलेली पाठ्यपुस्तकांची संख्या
- पुस्तकात पुरेसे प्रश्न आहेत का याचा विचार

प्रत्येक उद्दिष्टासाठी तुम्ही कोणते प्रश्न वापरणार याची तुमच्या टिपणवहीत यादी करा. इतर पुस्तकात काही नवे प्रश्न सापडले तर वेळोवेळी तुमच्या यादीत वाढ करायला हरकत नाही.

५. गृहपाठांचे नियोजन

एका प्रकरणासाठी किती गृहपाठ द्यायचे ते ठरवा. याबाबतीत विचारात घेण्यासारखे मुद्दे: एक गृहपाठ किती लांबीचा असावा?

- मुलांना पुस्तक गृहपाठासाठी घरी नेता येईल काय? तुम्हाला त्या गृहपाठासाठी कार्यपत्र (worksheet) लिहून द्यावे लागेल काय? किंवा फळ्यावर लिहून मुलांनी ते उतरून घ्यावे असा प्रघात ठेवणार काय?
- प्रत्येक गृहपाठ देण्यामागचा उद्देश काय? वर्गात शिकलेल्या कौशल्यांची सवय होण्यासाठी किंवा माहिती गोळा करण्यासाठी किंवा नवी सूत्रे पाठ होण्यासाठी अगर त्यांची उजळणी होण्यासाठी इ?

६. विद्यार्थ्यांचे मूल्यांकन आणि चाचणी यांचे नियोजन

प्रत्येक प्रकरणात विद्यार्थ्यांनी किती ज्ञान अगर कौशल्य मिळविले हे तुम्ही कसे ठरविणार याचा विचार करा. मूल्यांकनाचे कोणते निकष तुम्ही वापरणार हे ठरवा. जसे:

- लेखी परीक्षा
- तोंडी परीक्षा
- गृहपाठ
- प्रकरण चालू असताना वर्गातील प्रश्नोत्तरे
- शालेय पाठ आणि गृहपाठ यांचे गुण कसे ठरविणार?
- मागील परीक्षेतले प्रश्न कसे उपयोगात आणणार?

या उपविषयाची रूपरेषा चर्चा, प्रयोग, खेळ, शोधन या पद्धतीने दिली आहे. मुलांनी इतर मार्गांनी त्यांची समज विकसित करण्याची संधी मिळाल्यावर शिक्षकाने निवेदन आणि स्पष्टीकरण ही साधने वापरावीत.

● एक नमुना रूपरेषा : त्रिमितीय घनाकृती

ध्येय

या प्रकरणात विद्यार्थी पुढील गोष्टी शिकतील:

१. त्रिमितीय घनाकृती वेगवेगळ्या पद्धतीने प्रदर्शित करतील-जसे सममाप चित्रे, जाळी, घन, इ. इ.
२. अनेक प्रकारची साधने वापरून प्रयोग आणि चित्रण या मार्गाने त्रिमितीय घनांचे शोधन करतील.
३. कल्पनेत, वर्णनात आणि चित्रणात त्रिमितीय घन दाखवतील.
४. साधनांच्याद्वारे आणि दिलेल्या माहितीवरून त्रिमितीय घनाकृती प्रत्यक्ष बनवतील .

उद्दिष्टे

- विद्यार्थ्यांना पुढील गोष्टी करता येतील
१. नेहमीच्या भाषेत त्रिमितीय घनांचे वर्णन
 २. गणितीय भाषेत सामान्य त्रिमित वस्तूंचे वर्णन आणि त्यांचे गुणधर्म (पृष्ठभाग, भुजा, शिरोबिंदू) इ.
 ३. ऑयलरचा सिद्धांत किंवा इतर गुणधर्मांवर आधारित त्रिमित घनांची वर्गावारी.
 ४. दिलेले पृष्ठ किंवा भुजा जोडून नवे त्रिमित घन बनविणे.
 ५. मापन आणि अचूक चित्रण यांच्या साहाय्याने त्रिमित घन बनविणे.

संसाधने

- समभुज त्रिकोण आणि चौरस
- काड्यापेट्या किंवा इतर घनायत
- काही त्रिमित घनाकृती
- घन ठेवण्यासाठी पिशवी किंवा पेटी
- पत्त्यांचा सेट
- कार्डबोर्डचे बनविलेले समभुज त्रिकोण आणि चौरस
- आलेखपत्र किंवा चौरस आखलेला कागद
- सममाप पत्र

उपक्रम : स्पर्श-पिशवी

भाषा उपक्रम जोडीने करण्याचा अ आणि ब एकमेकांच्या पाठीस पाठ लावून बसतात. अ जवळ वेगवेगळ्या घनाकृतींनी भरलेली पिशवी आहे. अ एक घनाचे न पाहता स्पर्शाने ब ला वर्णन सांगतो. अ ने घनाच्या आकाराचे गणितीय नाव वापरता कामा नये. ब ने वर्णन केलेल्या

घनाची आकृती काढायची आहे.

उपक्रम

भाषा उपक्रम-जोडीने
करण्याचा

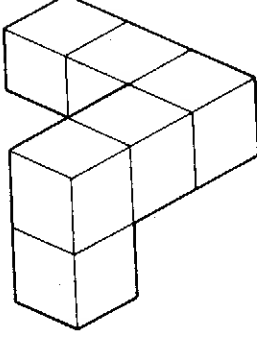
अ आणि ब एकमेकांच्या पाठीस पाठ लावून बसतात.

प्रत्येकाजवळ सहा काड्यापेट्या आहेत.

अ त्याच्या जवळील काड्यापेट्यांच्या साहाय्याने एक घनाकृती बनवितो जी ब ला दिसता कामा नये. अ या आकृतीचे वर्णन ब ला सांगतो.

ब ने वर्णन ऐकून तशाच आकाराची आकृती स्वतःजवळील काड्यापेट्यांनी बनवायची आहे.

आता अदलाबदल करून अ आणि ब ने हाच खेळ खेळायचा.



वरील खेळात वापरण्यास हरकत नसलेले काही शब्द

सरळ	तळ
लांब	डावा
आखूड	उजवा
भुजा	खाली
कोपरा	मध्ये
शेवट	संपले
वर	शेजारी

उपक्रम

भाषा उपक्रम
जोडीने करण्याचा

तुम्हाला काही अनियमित घनाकृती लागतील.

अ आणि ब जोडीने काम करतात.

सर्व घनाकृती अ आणि ब च्या मध्ये टेबलावर मांडून ठेवा.

अ एका आकृतीकडे ब ला न समजेल अशा तऱ्हेने पाहत तिचे शब्दांत वर्णन करेल.

ब ने अ ज्या घनाकृतीचे वर्णन करील त्या घनाकृतीचे नाव सांगावे

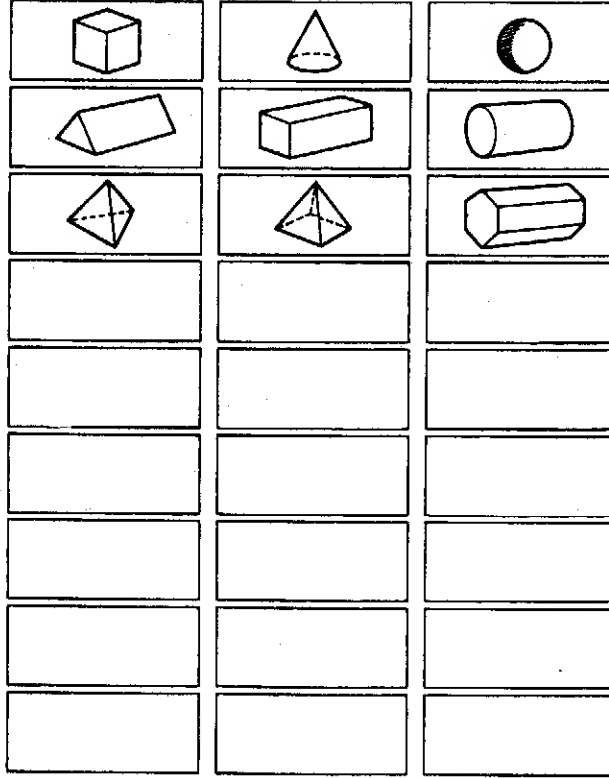
अदलाबदल करून तोच पुढे खेळावा

हा एक किंवा दोन किंवा तीन
जणांनी खेळण्याचा खेळ आहे.

उपक्रम : पत्त्यांचा खेळ

तुम्हाला (पुढील पानावर) आकृतीत दाखविले आहेत त्या प्रकारचे पिसून खेळण्याचे पत्ते बनवावे लागतील.

- प्रत्येक घनाकृती, तिचे नाव आणि गुणधर्म यांच्या जोड्या बनवा.
- नऊ घनाकृतींच्या व्याख्या द्या.
- अ जवळ चित्रांचे, ब जवळ गुणधर्मांचे आणि क जवळ नावांचे पत्ते असतील. गुणधर्मांचा पत्ता टेबलावर ठेवेल. अ आणि क त्याच्याशी संगत असे चित्र आणि नावाचा पत्ता ठेवतील. जो आधी हे करेल तो जिंकेल.
- हाच खेळ दोघांत खेळण्यासाठी 'चुटकी' या पद्धतीने खेळावा. खेळाच्या रीतीसाठी पान क्र. १४ पहा.



उपक्रम : (व्यक्तिगत शोधन)

खालील प्रत्येक घनाकृतीसाठी तिचे नाव, पृष्ठभाग, भुजा, शिरोबिंदू या सर्वांची नोंद करा. हे सर्व दिलेल्या तक्त्यात मांडा. त्यापासून काही नियम सापडतो का ते बघा.



नाव	पृष्ठभाग	भुजा	शिरोबिंदू

उद्देश ३ आणि ४

उपक्रम : बहुफलक (polyhedra) बनविणे

(व्यक्तिगत प्रायोगिक कार्य) तुम्हाला कापलेले समभुज त्रिकोण आणि त्याच लांबीच्या भुजा असलेले चौरस लागतील. काही बहुफलक असे बनवा ज्यांचे सर्व पृष्ठभाग त्रिकोणी आहेत. प्रत्येक बहुफलकासाठी खालील गोष्टी नोंदवा.

- वापरलेल्या त्रिकोणांची संख्या

- शिरोबिंदूंची संख्या
- भुजांची संख्या

आलेल्या उत्तरात काही सुसूत्रता दिसते का ते पहा.

काही बहुफलक फक्त चौरस वापरून बनवा.

प्रत्येकासाठी खालील नोंद करा.

- वापरलेल्या चौरसांची संख्या
- शिरोबिंदूंची संख्या
- भुजांची संख्या

उत्तरात काही सूत्र आढळते का ते तपासा.

जर काही मुलांना वरील काही उपक्रम करताना सूत्र लक्षात न आले तर शिक्षकाने ऑयलर चे सूत्र निवेदन करायला हरकत नाही.

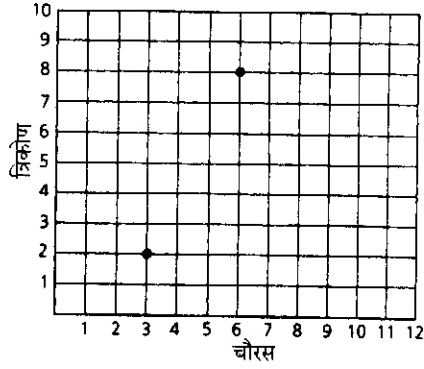
ऑयलरचे सूत्र :

$$\text{पृष्ठसंख्या} + \text{शिरोबिंदूंची संख्या} = \text{गुणांची संख्या} + 2$$

उपक्रम : बहुफलक बनविणे आणि त्यांच्याविषयी शोधन

(एक किंवा दोन मुलांसाठी प्रयोग आणि शोधन)

- त्रिकोण आणि चौरस वापरून अधिक
- बहुफलक बनवा. प्रत्येक बहुफलकाच्या
- बाबतीत खालील गोष्टींची नोंद करा.
- उजवीकडे चौरस आणि त्रिकोणाच्या संख्येचा आलेख
- वापरलेल्या त्रिकोण आणि चौरसांची संख्या
- शिरोबिंदूंची संख्या
- भुजांची संख्या



तुमचे उत्तर उदाहरणात दिले आहे.

त्याप्रमाणे आलेखाच्या स्वरूपात दाखवा.

ध्येय क्र ३

उपक्रम : बहुफलकांची वर्गवारी करणे.

नियमित बहुफलकात

- सर्व पृष्ठभाग हे नियमित बहुभुजाकृती असतात.
- सर्व पृष्ठभाग सारखेच असतात.
- सर्व कोपरे सारखेच दिसतात.
- तुम्ही बनविलेल्या बहुफलकांपैकी किती नियमित बहुफलक आहेत?

ध्येय क्र. ४

उपक्रम

- तुमच्या संख्यांमध्ये काही नाते सापडते का ते शोधा.

येथे चतुष्फलकासाठी (tetrahedron)

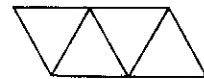
एक जाळे दाखविले आहे.

व्यक्तीगत शोधन

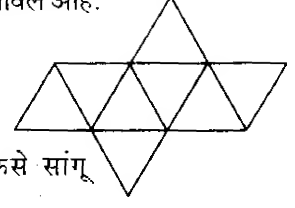
- चतुष्फलकाची इतर सर्व जाळी शोधा.

- त्या सर्वांची नोंद करा.

- जाळ्यांवर चिकटविण्याची कानपट्टी किती प्रकारे तुम्ही लावू शकाल?



- येथे अष्टफलकासाठी (Octahedron) एक जाळे दाखविले आहे.
- अष्टफलकासाठी इतर सर्व जाळी शोधा.
 - यापैकी कोणती जाळी सममित आहेत?
 - एकूण जाळ्यांची संख्या किती?
 - सर्व जाळी शोधली हे तुम्ही खात्रीपूर्वक कसे सांगू शकाल?



ध्येय क्र. ५

उपक्रम :

व्यक्तिगत प्रयोग
आणि शोधन

तुमच्याकडे एक ६४ सें.मी. गुणिले ५२ सें.मी. कार्डबोर्ड आहे.

जमतील तेवढे ५ सें.मी. भुजा असलेले घनायत बनवा.

घनायतासाठी सर्व जाळ्यांचा विचार करा.

त्यांना काही फटी सोडून कसे एकत्र करता येईल याचा विचार करा.

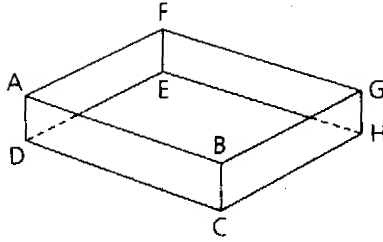
कानपट्ट्यांचा (tabs) वापर करायला विसरू नका.

हाच उपक्रम ५ सें.मि. बाजूच्या नियमित चतुष्फलकासाठी ही करा.

अधिक उपक्रमांसाठी पृष्ठ ४४ व ४५ वर काड्यापेट्यांचा उपक्रम आहे तो पहा.

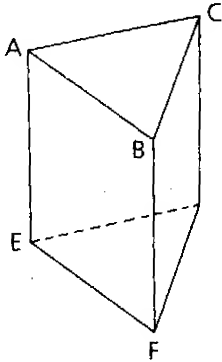
गृहपाठ क्र. १

१. शेजारच्या आकृतीकडे पहा.



- AFGB आणि AFED हे पृष्ठभाग कोणत्या बाजूमध्ये मिळतात?
- BGHC आणि ABCD हे पृष्ठभाग कोणत्या बाजूमध्ये मिळतात?
- E या शिरोबिंदूमध्ये मिळणाऱ्या भुजा कोणत्या?
- G या शिरोबिंदूमध्ये मिळणाऱ्या भुजा कोणत्या?
- D या शिरोबिंदूमध्ये मिळणाऱ्या भुजा कोणत्या?
- EF आणि AF भुजा कोणत्या शिरोबिंदूत मिळतात?
- DE या भुजेत कोणते पृष्ठभाग मिळतात?

शेजारच्या आकृतीकडे पहा.



कोणते पृष्ठभाग खालील ठिकाणी एकत्र येतात?

- शिरोबिंदू C?
 - भुजा ED?
 - शिरोबिंदू F?
 - भुजा AE?
- खालील पृष्ठभागांच्या भुजा एकमेकांना कुठे छेदतात?
- पृष्ठभाग ACB आणि पृष्ठभाग BCDF?
 - पृष्ठभाग EDF आणि पृष्ठभाग ACDE?

३. चौरस पाया असलेल्या एका मनोन्याचे चित्र काढा. शिरोबिंदूंना अ, इ, उ, ऊ आणि ए अश्या नावे द्या. पृष्ठभाग, शिरोबिंदू आणि भुजा कोठे मिळतात या संबंधी काही प्रश्न बनवा. उत्तरे वेगवेगळ्या ठिकाणी लिहा.

गृहपाठ क्र. २

१. रोजच्या व्यवहारात सापडतील तेवढी खालील आकारांची उदाहरणे द्या.

- गोल
- शंकू

२. निरनिराळ्या लोलकांची चित्रे काढा. प्रत्येकाच्या बाबतीत पृष्ठभाग, भुजा आणि शिरोबिंदू

३. दोन घनाकृतींची अचूक जाळी कागदावर काढा, त्यातला एक लोलक आणि दुसरा मनोरा हवा. कानपट्या लक्षात असू द्यात. जाळी कापून त्यांचे घन बनवा.

मूल्यांकन

१. मला चार पृष्ठभाग आणि चार शिरोबिंदू आहेत तर मी कोण? माझे चित्र काढा आणि जाळे बनवा.
२. मला एक पृष्ठभाग आहे पण शिरोबिंदू नाहीत. मी कोण आहे?
३. मी सहा शिरोबिंदू आणि दहा भुजांनी बनलेला आहे. माझे पाच पृष्ठभाग त्रिकोणी आहेत. मी कोण आहे? माझे चित्र आणि एक जाळे काढा.
४. सहा वेगवेगळ्या घनाकृतींची नावे लिहा.
५. षट्भुजाकृती लोलकाचे जाळे बनविण्यासाठी अचूक असे चित्र काढा. ज्याच्या सर्व भुजा ४ सें.मि लांब असतील.
६. सममित पत्रिकेवर खालील घनाकृती काढणे.
 - a. घनायत
 - b. घनाभ (cuboid)
 - c. चतुष्फलक
 - d. चौरस पायावरील मनोरा

नमुना रुपरेषा:

एकरेषीय समीकरणे बनविणे आणि सोडविणे.

ध्येय

विद्यार्थी पुढील गोष्टी शिकतील.

१. चल राशीसाठी चिन्हे वापरणे.
२. सूत्र बनविणे, त्याचे स्पष्टीकरण आणि असे मूल्यांकन करणे जे शब्दांत आणि चिन्हांकित स्वरूपात गणितेतर विषय किंवा व्यावहारिक जीवनाशी निगडित असेल.
३. प्रत्येक प्रश्नास सुसंगत अशा योग्य पद्धतीने एकरेषीय समीकरणे सोडविणे.

ध्येय

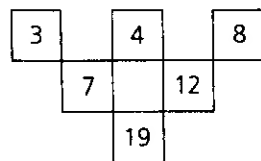
विद्यार्थी पुढील गोष्टी करायला शिकतील:

१. शब्दात मांडलेल्या सोप्या प्रश्नांची सूत्रे बनविणे आणि त्याबाबत स्पष्टीकरण देणे.
२. शब्दात मांडलेल्या सोप्या सूत्रांचे मूल्यांकन करणे.
३. चिन्हांकित सूत्रांची रचना आणि स्पष्टीकरण देणे.
४. चिन्हांकित सूत्रांचे मूल्यांकन करणे.
५. पूर्णांक सहगुणक असलेली एकरेषीय समीकरणे तयार करणे आणि सोडविणे.

उद्दिष्ट ३-५

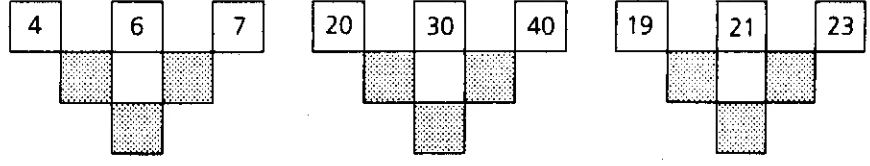
उपक्रम-संख्यांचे मनोरे

शोधन-पूर्ण वर्गासाठी



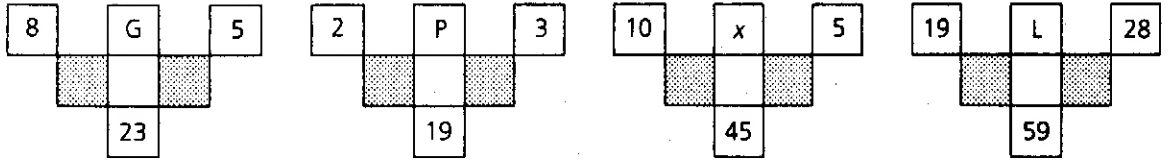
- सोबत दिलेल्या मनोन्यामधील, संख्यांमधील नातेसंबंध यांचा अभ्यास करा. यातील नाते जेवढ्या समीकरणांच्या स्वरूपात मांडता येईल तेवढे मांडा. मनोन्याच्या वेगवेगळ्या स्तरांवरील संख्यांमध्ये काय नाते दिसते?

खालील मनोन्यामध्ये जेथे संख्या गाळलेल्या आहेत तेथे योग्य संख्या भरा. मागच्या उदाहरणात जे नाते दिसले तेच याही बाबतीत वापरा.



तुमच्या सहकाऱ्याने पूर्ण करण्यासाठी तुम्ही हवे तसे संख्या मनोरे बनवा.

खाली दिलेल्या मनोन्यामध्ये गाळलेल्या संख्या लिहा. मग त्याच्या साहाय्याने प्रत्येक मनोन्यामधील अक्षरांची किंमत शोधा. अक्षराचे मूल्य शोधण्यासाठी तुम्ही काय पद्धत वापरली ती स्पष्टपणे मांडा.

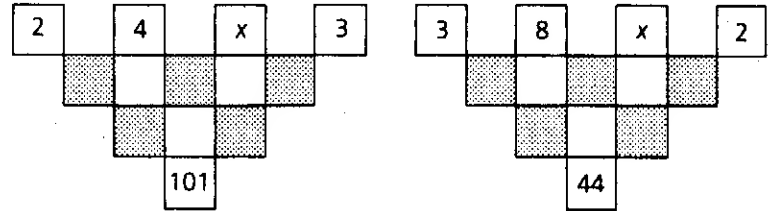


खालील सूचनांप्रमाणे स्वतःचे असे मनोरे बनवा.

मनोन्यामध्ये संख्या भरा. पहिल्या स्तरावर काही ऋण संख्या व काही अपूर्णांक सुद्धा घ्यायला हरकत नाही.

वरील मनोन्याची प्रतिकृती बनवा आणि तिच्यात मधल्या स्तरांवरील सर्व संख्या गाळा.

सर्वात वरच्या स्तरावर एका संख्येच्या जागी अक्षर घाला आणि आता तो मनोरा पूर्ण करायला



शेजारच्या विद्यार्थ्यांस द्या.

आता पुढील मनोरा पूर्ण करा. ठिपक्यांनी भरलेले चौकोन संख्या भरून पूर्ण करा. मग x चे मूल्य शोधून काढा.

आकृतीतल्या प्रमाणे चार स्तर असलेला स्वतःचा संख्या मनोरा बनवा. पूर्वी केले तसेच काम करा आणि शेजारच्या विद्यार्थ्यांस समस्या सोडवायला कागद द्या.

समस्या निराकरण उद्देश १-५

व्यक्तिगत शोधन उपक्रम : दगडांचे ढिगारे

तुमच्याकडे दगडांचे तीन ढिगारे आहेत. दुसऱ्या ढिगाऱ्यात पहिल्यातील दगडांच्या तिप्पट दगड आहेत. तिसऱ्या ढिगाऱ्यात पहिल्यापेक्षा २ दगड कमी आहेत. तिन्ही ढिगाऱ्यात मिळून ७८ दगड आहेत. तर प्रत्येक ढिगाऱ्यात किती दगड असतील?



पहिल्या ढिगाऱ्यात दुसऱ्याच्या चौपट दगड आहेत. तिसऱ्यात पहिल्यापेक्षा ३ दगड कमी आहेत. जर सगळे मिळून ५९ दगड असतील तर प्रत्येक ढिगाऱ्यात दगड किती?

- तुमचे उत्तर आणखी कुणाशी तपासून पहा. कुणाचे बरोबर आहे ते शेवटपर्यंत मांडा.
- काही असेच प्रश्न बनवा आणि शेजारच्या विद्यार्थ्यांस सोडवायला द्या.

उद्दिष्टे १-५

उपक्रम : समस्या-निराकरण

सवय आणि
दृढीकरण-व्यक्तिगत काम

१. एका बिघडलेल्या मोटारीत अनुक्रमे १५, १८ आणि २० वर्षांची तीन माणसे, एक माकड आणि एक २७५ संत्र्यांनी भरलेली पेटी अशी सामग्री आहे. सर्वांनी मिळून असे ठरविले की सर्वात मोठ्या व्यक्तीला सर्वात धाकट्यापेक्षा ५ संत्री अधिक द्यावी आणि मधल्यास धाकट्यापेक्षा ३ संत्री अधिक द्यावी. माकडाला ६ संत्री देऊन उरलेल्यांची वरील प्रमाणे वाटणी केली असेल तर प्रत्येकास किती संत्री मिळाली?
२. एका ट्रकमध्ये बटाट्यांची २०० पोती ठेवून तीन गावांत विक्रीसाठी न्यायची आहेत. पहिल्या गावात तिसऱ्यापेक्षा २० पोती जास्त मागणी आहे आणि दुसऱ्या गावात पहिल्या गावाच्या दुप्पट पोत्यांची मागणी आहे. या सर्व मागण्या पूर्ण झाल्या असतील तर प्रत्येक गावात किती पोती विकली?
३. एका शेतकऱ्याने चार कुटुंबात ६०० पोती भाजी विकायची असे ठरविले आहे. पहिल्या दोन कुटुंबास सारखीच पोती, तिसऱ्या कुटुंबास पहिल्यापेक्षा ४० पोती जास्त आणि चवथ्यास पहिल्या दोहोंच्या बेरजेपेक्षा ८० जास्त अशी विकायची आहेत. तर प्रत्येक कुटुंबास किती विकली हे ठरवा.
४. एका निवडणुकीत तीन पक्षांच्या उमेदवारांमध्ये मिळून एकूण ४१,७८३ मते पडली. जर विजयी उमेदवारास दुसऱ्या क्रमांकाच्या उमेदवारापेक्षा ८,३११ मते जास्त आणि तिसऱ्या क्रमांकाच्या उमेदवाराच्या पाचपट मते मिळाली असतील तर प्रत्येक उमेदवारस किती मते पडली ते सांगा.
५. एका निवडणुकीत चार उमेदवार उभे होते. त्यांना आपण मते पडण्याच्या क्रमाने पहिला, दुसरा वगैरे म्हणू. चौथ्या उमेदवारास तिसऱ्यापेक्षा ३,०४० मते कमी पडली आणि दुसऱ्यास तिसऱ्यापेक्षा ५,२५५ मते जास्त पडली. विजयी उमेदवारास चौथ्याच्या दुप्पट मते पडली. असे आढळून आले की पहिला आणि चौथा यांच्या मतांची बेरीज ही मधल्या दोन उमेदवारांच्या बेरजेइतकीच आहे. तर प्रत्येक उमेदवारस किती मते पडली ते शोधून काढा.

उपक्रम

पुढील उदाहरणे सोडवा.

सवय आणि दृढीकरण -
व्यक्तिगत काम

$$1 \quad 2x + 3 = 15$$

$$2 \quad 6x = 7$$

$$3 \quad \frac{4x}{5} = -2$$

$$4 \quad \frac{5x}{6} = \frac{1}{4}$$

$$5 \quad -3x = 1$$

$$6 \quad 10 = 2 - x$$

$$1 \quad -2x = x + 12$$

$$2 \quad a - 3 = 3a - 7$$

$$3 \quad -2x = 2x - 7$$

$$4 \quad -x - 4 = -3$$

$$5 \quad -x = -5$$

$$6 \quad \frac{x}{10} = -\frac{1}{5} - \frac{x}{5}$$

$$1 \quad 2(3x - 1) = 3(x - 1)$$

$$2 \quad -2x = 3(2 - x)$$

$$3 \quad 7x = 3x - (x + 20)$$

$$4 \quad -(x + 1) = 9 - (2x - 1)$$

$$5 \quad 3y + 7 + 3(y - 1) = 2(2y + 6)$$

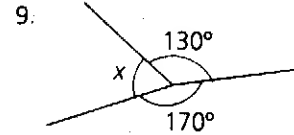
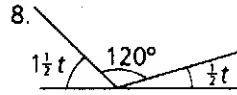
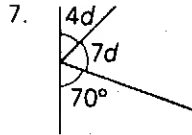
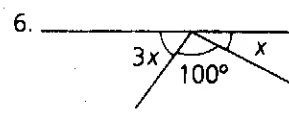
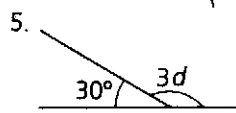
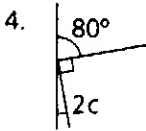
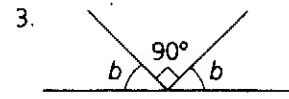
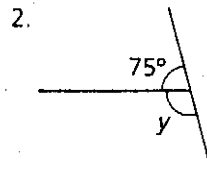
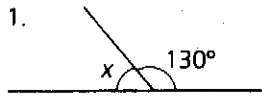
$$6 \quad 5(2x - 1) - 2(x - 2) = 7 + 4x$$

(सहाच्या तीन गटात एकूण अठरा सवय आणि दृढीकरणासाठीचे प्रश्न)

उद्दिष्ट ५

उपक्रम : समीकरणे बनवा आणि सोडवा.

जेथे अक्षर वापरले आहे तिथे किती अंशाचा कोन ते ओळखा.



गृहपाठ

पुढील प्रश्नांसाठी समीकरणे बनवा आणि ती सोडवा.

- एका वर्गात ३२ विद्यार्थी आहेत, पैकी मुलींची संख्या मुलांपेक्षा ६ जास्त आहे, तर मुलींची संख्या किती?
- अशरफ हा इलेनपेक्षा ४ वर्षांनी मोठा आहे. जर दोघांच्या वयाची बेरीज ४६ असेल, तर अशरफचे वय किती?
- अॅनाचे वय क्रिस्टिनाच्या वयाच्या तिप्पट आहे. दोघींच्या वयाची बेरीज २४ असेल तर त्या दोघींची वय किती?
- एका पिशवीत २१ फळे (आंबे आणि केळी) आहेत. जर आंब्यांची संख्या केळींच्या दुप्पट असेल तर प्रत्येक प्रकारची किती फळे पिशवीत आहेत?
- दोन घरांवर घर क्रमांक लिहिले आहेत. जर या क्रमांकांमध्ये पाचचा फरक असेल आणि त्या क्रमांकाची बेरीज ४१ असेल तर प्रत्येक घरावरील क्रमांक किती?

या ठिकाणी मागील उपक्रमात मुले काय करीत होती ते शिक्षकाने सार रूपात स्पष्ट करायला आणि त्याची थोडक्यात मांडणी करायला हवी. ज्या मुलांना स्वतःच्या बळावर सोपी समीकरणे बनविणे आणि सोडविणे याच्या पद्धतीने विकसित करता आल्या नसतील त्यांना अशा स्पष्टीकरणाचा चांगला उपयोग होईल.

६. चॅंग कुटुंबापेक्षा चाई कुटुंबात ४ मुले जास्त आहेत. दोन्हीत मिळून ८ मुले आहेत. तर प्रत्येक कुटुंबात किती मुले असतील?
७. बस अ आणि बस ब मध्ये मिळून ६४ मुले बसली आहेत. बस अ मध्ये बस ब च्या सातपट मुले असतील तर प्रत्येक बसमध्ये किती मुले?
८. मी माझ्या मनात एक संख्या धरली आहे. जर मी तिची दुप्पट केली आणि तीत ७ मिळविले तर उत्तर १९ असे येते. मी मनात कोणती संख्या धरली होती?

मूल्यांकन

१. समीकरणे संकल्पित करण्यासाठी पेटीस योग्य संख्या भरा.

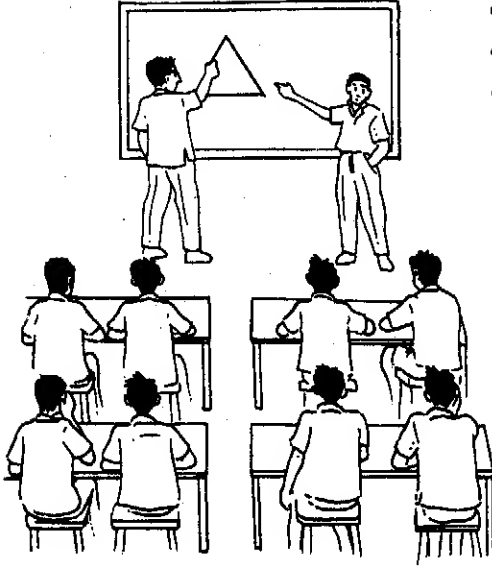
- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| a $\square + 7 = 51$ | b $100 - \square = 42$ |
| c $9 \times \square = 162$ | d $\frac{\square}{13} = 18$ |
| e $\square + 11 < 29$ | f $\square^2 = 121$ |

२. मारियाने संख्येशी X सुरुवात करून तिची दुप्पट करून उत्तरात ७ मिळवले. मारियाने कुठल्या संख्येशी सुरुवात केली हे शोधण्यासाठी समीकरण बनवा व ते सोडवा.
३. हनीफ लुस्काचा मुलगा आहे. लुस्काचे वय हनीफच्या वयाच्या सहापट आहे. जेव्हा हनीफ १८ वर्षांचा होईल, तेव्हा लुस्काचे वय हनीफच्या सध्याच्या वयाच्या ८ पट होईल. सध्या लुस्काचे वय किती?
४. मारिगटने आपल्या आशिला तिचे वय विचारले. आजी म्हणाली, “७ वर्षांनंतर माझे वय माझ्या लग्नाच्या वेळच्या वयाच्या तिप्पट होईल.” मग आजीने सांगितले तिच्या लग्नाला सध्या ४१ वर्षे झाली आहेत.
अ) आजीच्या सध्याच्या वयास y असे कल्पून y वर आधारित एक समीकरण लिहा.
ब) आजीचे सध्याचे वय किती?
५. पुढील समीकरणे सोडवा.

- | | |
|----------------------|---------------------|
| a $3(x-2) = 18$ | d $2a = 6$ |
| b $4(x+3) \times 48$ | e $3(b+4) = -24$ |
| c $3f + 7 = 5f = 13$ | f $5(c+3) = 12 - c$ |

चला, कामाला लागू या!

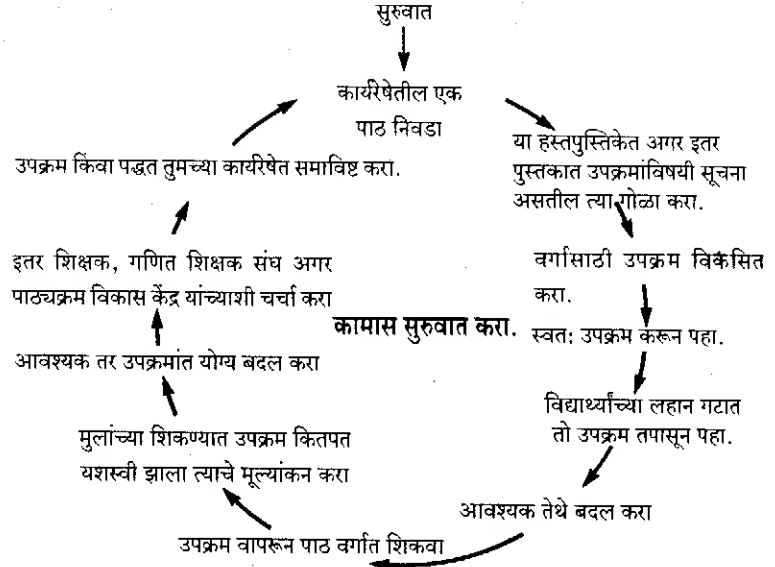
या प्रकरणात शिकविताना नवे विचार आणि कार्य पद्धती यांचा कसा उपयोग करायचा याबाबत तुम्हाला काही मदत मिळेल. गणिताचा शिक्षक म्हणून स्वतःचा विकास घडविणे ही सुद्धा एक उत्साहवर्धक प्रक्रिया आहे. ही प्रक्रिया आव्हानात्मक आणि लाभदायक अशा दुहेरी प्रकारे उपयुक्त आहे.



- कामास सुरुवात करताना त्यात बऱ्याच उपक्रमांचा तुम्हाला समावेश करता येईल.
- नवी संसाधने वापरता येतील.
- महिन्यातून किंवा निदान सत्रातून एकदा नवी संसाधने अगर शिक्षण साहित्य बनविता येईल.
- बनविलेली संसाधने वापरून पाहता येतील.
- सहकाऱ्यांशी चर्चा आणि विचारविनिमय करता येईल.
- मुलांशी चर्चा करून त्यांना गणिताच्या वर्गात काय भावते आणि काय नाही हे ठरविता येईल.
- स्वतःच्या कामाचे मूल्यांकन करता येईल.
- मंत्रालयाकडून मिळणारी पुस्तके, मासिके आणि इतर माहितीपत्रके वाचता येतील.
- शक्य झाल्यास कुठल्या कार्यशाळा किंवा अभ्यासवर्गात जाता येईल.
- स्वतःचे गणितविषयक ज्ञान वाढविता येईल.
- एखाद्या सहकाऱ्याबरोबर जोड पद्धतीने काही भाग शिकविता येईल.
- सहकाऱ्यांच्या शिक्षण पद्धतीचे अवलोकन करता येईल.
- विषय-नियोजन लिहून काढता येईल. आणि त्याचे मूल्यांकन करता येईल.
- बाह्य समाजात कुठल्या प्रकारच्या गणिताचा उपयोग होतो हे पाहता येईल.
- गणितविषयक संकल्पना समृद्धीसाठी परिसराची पाहणी करता येईल.
- स्वतःची कार्यपत्रके लिहिता येतील.
- स्वतःच असे नवे खेळ किंवा कोडी बनविता येतील.
- शोधनविषयी काही नियोजन करता येईल.
- गणित मंडळ सुरू करता येईल.
- वर्गाची रचना नीटनेटकी करता येईल.
- मूल्यांकन लिहिता येईल.
- राष्ट्रीय गणित संघटनेचा सदस्य होता येईल.
- स्थानिक शिक्षक प्रशिक्षण कॉलेज किंवा इतर पाठ्यक्रम विकास संस्थेशी संपर्क करता येईल.
- बरेच काही करता येण्यासारखे आहे. प्रश्न हाच की 'कुठे सुरुवात करू?'

तुमच्या वर्गात

'कुठे सुरुवात करायची' या प्रश्नाला तसे एकच बरोबर असे उत्तर नाही. वर दिलेल्या पैकी एक किंवा अधिक कल्पनांचा तुम्हाला उपयोग करता येईल आणि तीच तुमची सुरुवात असू शकेल. मुख्य म्हणजे अशा ठिकाणी सुरुवात करा ज्यात तुम्हाला विशेष रूची आहे.



तुमच्या शाळेत

जर तुमच्या शाळेत पाठ्यक्रमाच्या संचालनात तुमचा सहभाग असेल तर तुम्ही एकूणच शाळेचा शैक्षणिक दर्जा, वाढविण्याचा प्रयत्न करू शकाल. सर्व शिक्षकांना एकत्र काम करता यावे यासाठी काही नियोजन करणे सर्वात छान. आम्ही असे सुचवू इच्छितो की, शिक्षकांचे सुद्धा गट पाडून त्यांच्याकडून काही गोष्टी करविणे शक्य आहे. जसे,

- प्रत्येक वर्गातल्या विद्यार्थ्यांसाठी पाठ्यक्रमाचा विकास करणे. यासाठी मंत्रालयाचे माहितीपत्रक इत्यादि वापरा. सर्व उपविषय, विद्यार्थ्यांना यायला हवीत अशी कौशल्ये, या सर्वांची यादी करा. पाठ आणि त्या अंतर्गत उपपाठ या सर्वांचे प्रतिमान बनवा.
- शाळेच्या वर्षाचे सत्रांत विभाजन करून पाठ्यक्रमाचा एक नकाशा बनवा ज्यात कोणते विषय केव्हा शिकवायचे याची सविस्तर यादी असेल. (पृष्ठ ८४ पहा)
- प्रत्येक पाठ्य-विषयासाठी कार्यरिषा बनवा. यात शिक्षण पद्धती, उपक्रम, संसाधने, मूल्यांकन कार्य हे सर्व असू द्या. (पृष्ठ ८६ पहा)
- प्रत्येक उपविषयासाठी बऱ्याच आव्हानात्मक अशा उपक्रमांची निवड करा.
- वर्गात काही उपक्रम चाचपणी पद्धतीने वापरून पहा.



- मुलांची समज कितपत वाढली हे ठरविण्यासाठी अनेक मूल्यमापन करा.
- कार्यरिषेत यशस्वी उपक्रमाची जोड-मिळवणी करा.
- यशाचे श्रेय इतर शिक्षकांबरोबर वाटून घ्या. कामाला लागण्याची सुरुवात हे तसे न संपणारे चक्र आहे. तुम्ही जेवढा अधिक दर्जा वाढवाल. तेवढेच अधिक यश मिळविण्याची जिद्द तुमच्यात निर्माण होईल. आमची अशी आशा आहे की या हस्तपुस्तिकेने तुम्हाला सुरुवात करायला मदत केली.

पारिभाषिक शब्दसंग्रह

बीजगणित

(Algebra) वर्णमालेतील अक्षरांचा उपयोग करून गणितातील राशीचे गुणधर्म अगर नाती तपासण्याचा अभ्यास. उदाहरणार्थ, $y = 4x - 2$, किंवा जर $a=10$, $b=6$, आणि $c=-2$ तर ab/c चे मूल्य काढा.

कोन (angle)

(समासात चित्र) वळणाचे माप, सहसा अंश या एककात.

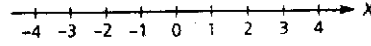
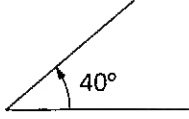
गणितश्रेणी

(arithmetic sequence) संख्यांचा असा क्रम ज्यात प्रत्येक पद मागील पदापेक्षा ठराविक संख्येने कमी (अगर जास्त) भरते.

उदाहरणार्थ, २, ४, ६, ८, १०...

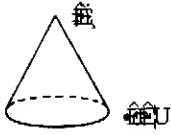
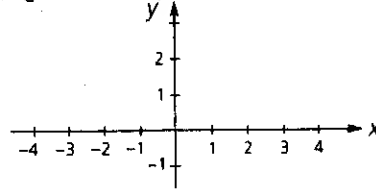
अक्ष (axis)

ज्या रेषेपासून निर्देशांक मोजले जातात अशी संदर्भ रेषा.



अक्ष (axes)

(बहुवचन) एकाहून अधिक अक्ष.



पाया (Base)

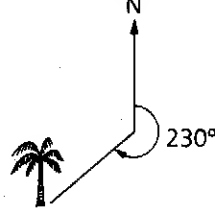
(भूमिती) एखाद्या आकाराचा किंवा घनाकृतीचा तळाचा पृष्ठभाग

पाया (Base)

(संख्यालेखन) गणनपद्धतीत वापरलेली स्थान मूल्य संख्या, जसे द्विमान, दशमान इ. पद्धत.

दिशाकोन

(bearing) उत्तरेकडून वस्तूच्या दिशेने घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने अंशात मोजलेला कोन.



क्षमता

(Capacity) एखाद्या वस्तूत दुसऱ्या कुठल्या पदार्थाचे कितपत धारण होऊ शकेल याचे माप. जसे एक लिटर मापाची बाटली.

वर्गवारी

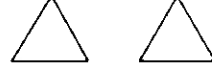
(classification) वस्तूंची त्याच्या गुणधर्मानुसार वर्गात विभागणी

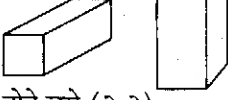
मिळवणे

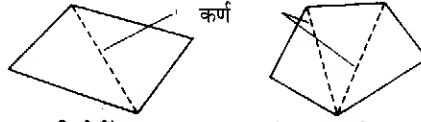
(combining) एकत्र करणे.

उदाहरणार्थ, जोडणे, टेसेलेशन.

तौलनिक मापन	(comparative measurement) एका सर्वमान्य किं वा प्रमाणित एककाशी तुलना करून आकारमान ठरविणे.
तुलना करणे	(comparing) सारखेपण किंवा वेगळेपणाची नोंद करणे.
जटिल	(complex) असामान्य किंवा अनियमित आकार, सरळ साधा नसलेला.
एकरूपता	(congruence) सर्व बाजू आणि अंगांनी सारखेपणा. उदाहरणार्थ, एकरूप त्रिकोण

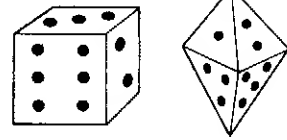


एकरूप	(congruent) सर्व प्रकारे समान	
निर्देशक, निर्देशांक	(coordinates) संख्याचा गट ज्यामुळे एखाद्या बिंदूचे स्थान अवकाशात निश्चित होते जसे (२, ३)	
घनायत	(cuboid) असा घन पदार्थ ज्याचे सर्व पृष्ठ आयताकार आहेत. आयताकृती लोलक	
आकडे संग्रह	(Data) एखाद्या विषयावरील माहितीचा समूह	
पायाभूत आकडे-संग्रह	(Database) माहिती समूह एकत्र ठेवण्याची पद्धत	
दशांश अपूर्णांक	(decimal fraction) ज्या अपूर्णांकाच्या छेदस्थानी दहाचा घात असेल, दशांश चिन्हाच्या वापराने युक्त. उदाहरणार्थ, $19/100=0.19$	



कर्ण (diagonal) बहुभुजाकृतीच्या एका शिरोबिंदूपासून दुसऱ्या संलग्न नसलेल्या शिरोबिंदूशी जोडणारी रेषा.

फासा (die) लाकूड, हाडे किंवा प्लॅस्टिकचा बनविलेला घन ज्याच्या सहा पृष्ठभागांवर क्रमाने १ ते ६ ठिपके अशा तऱ्हेने मांडलेले असतात की समोरासमोरच्या पृष्ठांवरील ठिपक्याची बेरीज ७ भरेल. अष्टफलकावर फासा बनविला तर त्याच्या पृष्ठभागावर १ ते ८ ठिपके असतात.



मिती (dimension) सरळ रेषा, प्रतलीय आकार अगर घनाकृती यांचे दिग्दर्शन करण्यासाठी आवश्यक तेवढ्या निर्देशांकांचा गट.

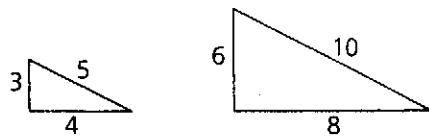
सरळ रेषा - एकमितीय

प्रतलीय आकार - द्विमितीय

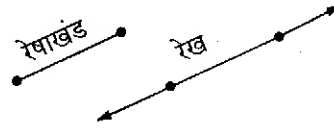
घनाकृती - त्रिमितीय

वृद्धिकरण - (enlargement) असे रूपांतरण

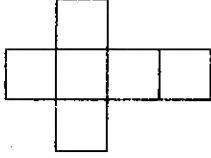
ज्यात वस्तू विशिष्ट गुणकाच्या प्रमाणात वाढते किंवा कमी होते.



समतुल्यता	(equivalence) सारखी मूल्ये असणे उदाहरण, $2x = 10$, $x=5$.
प्रायोगिक प्रदान	(experimental outcomes) एखाद्या प्रयोगातून प्रत्यक्ष नोंदविलेला निकाल.
गुणक	(factor) अशी संख्या जी दिलेल्या संख्येस पूर्ण भाग देते. उदाहरण, $3 \times 4 = 12$, म्हणजे 12 चे गुणक 3 आणि 4 हे आहेत.
फिबोनाची श्रेणी	(Fibonacci sequence) संख्यांचा असा क्रम जेथे (तिसरे आणि त्या नंतरचे प्रत्येक) पद हे मागील दोन पदांची बेरीज करून मिळते. उदाहरण १, २, ३, ५, ८, १३
अपूर्णांक	वर वस्तूचे जेवढ्या समभागांत विभाजन करून त्यातले जेवढे घेतले आणि किती समभाग केले या दोहोंचे गुणोत्तर. उदाहरण $४/७, ८/११, १७/१००$ इत्यादी.
फलन	(function) मानचित्रणाचा नियम. उदाहरण $n \rightarrow n+2$
भूमिती श्रेणी	(geometrical sequence) असा संख्याक्रम ज्यात प्रत्येक पद मागील पदास विशिष्ट संख्येने गुणून प्राप्त होते. उदाहरण, १, २, ४, ८, १६, ...
क्षैतिज	(horizontal) क्षितिजाशी समांतर (आडवी) रेषा
गृहीतक	(hypothesis) जे विधान पुढील शोधनाचा पाया असते आणि काही तथ्यांवर आधारित असते. उदाहरण, तेरा वर्षांच्या मुली तेरा वर्षांच्या मुलांपेक्षा अधिक वेगाने पळू शकतात.
असमानता	(inequality) ज्या विधानाद्वारे एक राशी दुसरीपेक्षा लहान किंवा मोठी हे जाहीर होते. उदाहरण, $x > 4$, $y < 7$.
स्पष्टीकरण	(interpretation) आकडे-संग्रहापासून काढलेले निष्कर्ष.
प्रतिलोम	(inverse) अशी प्रक्रिया जी दिलेल्या प्रक्रियेच्या उलट कार्य करते. उदाहरण, बेरीज ही वजाबाकीच्या प्रतिलोम प्रक्रिया आहे.
अपरिमेय संख्या	(irrational number) जी संख्या दोन पूर्णांकांच्या गुणोत्तराच्या स्वरूपात लिहिता येत नाही. उदाहरण, २, इ.
सममित चित्रण	(isometric mapping) ज्या चित्रणात एखाद्या घनकृतीचे तिन्ही मीतीमधून चित्रण केले असते ते.
संभावना	(likelihood) एखादी घटना घडण्या अगर न घडण्याची संभाव्यता
रेषा	(line) रेषाखंड हे दोन बिंदूतील सर्वात कमी अंतर होय. सरळ रेषा म्हणजे रेषा खंडाला दोन्ही दिशांनी वाढविलेली रेषा होय.
मानचित्रण	(mapping) एका संचातील सदस्यांशी दुसऱ्या संचातील सदस्यांचे नियमबद्ध प्रकारे नाते जोडणे. उदाहरण, १—१०, २—२०, ३—३०,
गणितीय नमुना	(mathematical pattern) असा गणितातला नमुना ज्यात सुरुवातीचा बिंदू आणि विशिष्ट नियम विशद केलेला असतो.



उदाहरणार्थ, ०.०१, ०.१, १, १०, १००, इ. किंवा (बहुभुजाकृतींची चित्रे)



घनाकृतीचे जाळे

गुणज

(multiple) दोन किंवा अधिक गुणकांनी (१ ही संख्या सोडून) युक्त अशी संख्या. उदाहरण, ३ या संख्येचे गुणज ३, ६, ९, १२...
५ चे गुणज आहेत ५, १०, १५, २०, २५...

ऋण

(negative) शून्यापेक्षा कमी.

उदाहरण, -४, -१/१०

जाळे

(net) असा प्रतलीय आकार ज्यावर विशिष्ट ठिकाणी घड्या पाडून घनाकार देता येतो. समासात घनाकृतीने एक जाळे.

संख्या-क्रम

(number sequence) एका विशिष्ट नियमानुसार बनविलेला संख्या समुदाय.
उदाहरण, $\times 2$ नंतर -1. 2, 3, 5, 9, 17...

प्रक्रिया

(operation) दोन किंवा अधिक संख्यांना जोडण्या-तोडण्याची क्रिया
उदाहरण, बेरीज, वजाबाकी, वर्गमूळ इत्यादी.

क्रमव्यवस्था

(ordering) संख्या विशिष्ट क्रमाने लावण्याची पद्धत.

क्रमसंख्या

(ordinal) क्रमांक दर्शक संख्या.

उदाहरण, पहिला, दुसरा, तिसरा, ... २०वा इ.

नमुना

(pattern) विशिष्ट नियमानुसार लावलेल्या वस्तू.

उदाहरण,	२	४	६	८	१०
	४	८	१२	१६	२०
	८	१६	२४	३२	४०

शेकडेवारी

(percentage) शंभराच्या प्रमाणात लिहिलेली संख्या.

उदाहरण, ४१%, किंवा ०.४१.

परिमिती

(perimeter) कोणत्याही आकाराच्या बाह्य सीमेवरील अंतर.

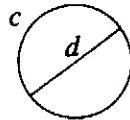


लंब

(perpendicular) एका सरळ रेषेस अगर प्रतलास काटकोनात



पाय किंवा (pi) वर्तुळाच्या परिघास व्यासाने भागल्यास येणारी अपरिमेय संख्या.



$$c = \pi d$$

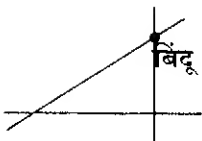
$$\pi = \frac{c}{d}$$

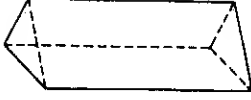
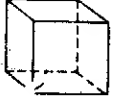
प्रतल

(plane) सपाट पृष्ठ भाग. प्रतलातील कुठल्याही दोन बिंदूस जोडणारी संपूर्ण रेषा प्रतलातच असते.

बिंदू

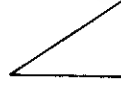
(point) स्थिती असणारे, पण लांबी रुंदी नसलेला ठिपका.





बहुभुजाकृती

(polygon) अनेक रेषाखंडांनी बद्ध असा आकार



बहुफलक

(polyhedron) अनेक प्रतलीय पृष्ठभागांनी सीमित असा त्रिमितीय आकार.

घात

(power) एका संख्येस स्वतःशी गुणण्याच्या प्रक्रियेचे गणन.

उदाहरण $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ येथे ३ चा ४ हा घात (किंवा घातांक) आहे.

मूळ

(अभाज्य) संख्या. अशी पूर्णांक संख्या जिचे फक्त १ आणि स्वतः खेरीज इतर गुणक नसतात.

उदाहरण, २, ३, ५, ७, ११...

संभाव्यता शास्त्र

(probability Theory) एखाद्या घटनेच्या मापनीय शक्यता मोजण्याचे शास्त्र.

गुणधर्म

(properties) वस्तू किंवा राशींचे वागणुकीचे गुण किंवा पद्धत.

उदाहरण, चौरसाचे गुणधर्म

चार सारख्या रेषाखंडांच्या भुजा

चार काटकोन

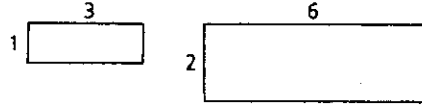
कर्णांची लांबी समान

कर्ण एकमेकांस लंब रेषांत दुभागतात.

समानुपाती

(proportional) सारखे गुणोत्तर राखणाऱ्या राशी.

दोन समानुपाती



गुणोत्तर (ratio) दोन किंवा अधिक राशींची एकमेकांशी तुलना. उदाहरण,



काळ्या मण्यांचे पांढऱ्या मण्यांशी गुणोत्तर ३:१

परिमेय संख्या

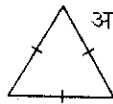
(rational numbers) ज्या संख्या पूर्णांक संख्यांच्या गुणोत्तराच्या स्वरूपात मांडता येतात त्या.

परावर्तन

(reflection) ज्या परिवर्तन ज्यात वस्तूच्या एक किंवा अधिक प्रतिमा बनतात.

नियमित

(regular) सर्व भुजा सारख्या आणि सर्व कोन सारखे असणाऱ्या आकृती



आवर्तन

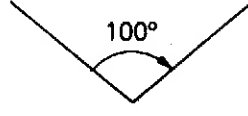
(rotation) ज्या परिवर्तनात एक बिंदू किंवा प्रतलाभोवती वस्तू सारख्या कोनातून वळतात.

१ सें.मी. = १ कि.मी.



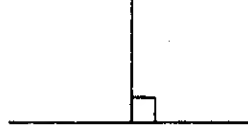
वळण

(turn) वर्तुळाच्या काही अंशातून प्रवास करून दिशा बदलानंतर प्राप्त झालेली अवस्था.



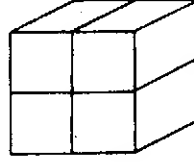
अनिश्चितता
उध्वाधार

(uncertainty) ज्या अवस्थेबद्दल निश्चित काही सांगता येत नाही ती.
(Vertical) क्षैतिकतेशी लंबरूपातील रेषा.



घनफळ

(volume) एखादी वस्तू जो अवकाश व्यापते त्याचे गणन



४ घन सें.मी.